

**К НОВОЙ ОФИЦИАЛЬНОЙ
ДЕМОНСТРАЦИОННОЙ ВЕРСИИ ОГЭ**

Л. Д. ЛАППО, М. А. ПОПОВ

МАТЕМАТИКА

СБОРНИК ЗАДАНИЙ

ОГЭ

- Теоретический курс
- Подробный анализ всех типов заданий
- Задачи для самостоятельного решения с ответами
- Варианты экзаменационных заданий с ответами и подробными разборами решений

2020



ОГЭ

СБОРНИК
ЗАДАНИЙ

Л. Д. Лаппо
М. А. Попов

МАТЕМАТИКА

МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ

Теоретический курс

*Подробный анализ всех типов заданий
Задачи для самостоятельного решения
с ответами*

*Варианты экзаменационных заданий
с ответами и подробными разборами решений*

*Издательство
«ЭКЗАМЕН»
МОСКВА, 2020*

УДК 372.8:51
ББК 74.262.21
Л24

Имена авторов, название и содержание произведений используются в данной книге в учебных целях в объеме, оправданном целью цитирования (ст. 1274 п. 1 части четвертой Гражданского кодекса Российской Федерации).

Лаппо Л. Д.

Л24 ОГЭ 2020. Математика: сборник заданий / Л. Д. Лаппо, М. А. Попов. — М.: Издательство «Экзамен», 2020. — 159, [1] с. (Серия «ОГЭ. Сборник заданий»)

ISBN 978-5-377-14981-1

Пособие предназначено для учителя и включает все, что может понадобиться учителю-предметнику для подготовки школьников к Основному государственному экзамену:

- характеристику основных тем курса, вынесенных на экзамен;
- подробный анализ всех типов заданий;
- анализ критериев оценивания выполнения экзаменационных заданий;
- анализ образцов выполнения заданий;
- разбор типичных ошибок (по результатам проведенных экзаменов);
- методические приемы формирования умений, необходимых для успешной сдачи Основного государственного экзамена;
- материалы для проведения предэкзаменационных работ.

Пособие предназначено учителям и методистам, использующим тематические экзаменационные задания для подготовки учащихся к Основному государственному экзамену, оно также может быть использовано учащимися для самоподготовки и самоконтроля.

Приказом № 699 Министерства образования и науки Российской Федерации учебные пособия издательства «Экзамен» допущены к использованию в общеобразовательных организациях.

УДК 372.8:51
ББК 74.262.21

Формат 84x108/32.

Гарнитура «Таймс». Бумага газетная. Уч.-изд. л. 2,92.
Усл. печ. л. 8,4. Тираж 10 000 экз. Заказ № 6728/19.

ISBN 978-5-377-14981-1

© Лаппо Л. Д., Попов М. А., 2020
© Издательство «ЭКЗАМЕН», 2020

СОДЕРЖАНИЕ

Теоретический курс

I. Числа и выражения.....	6
1. Выражения, преобразования выражений.....	6
2. Степень с натуральным показателем, ее свойства.....	8
3. Одночлены, многочлены.....	9
4. Рациональные дроби и их свойства.....	11
5. Квадратные корни.....	14
6. Степень с целым показателем и ее свойства.....	17
7. Корень n -й степени, степень с рациональным показателем и их свойства.....	18
II. Уравнения и неравенства.....	20
1. Уравнения с одной переменной.....	20
2. Системы линейных уравнений.....	21
3. Квадратные уравнения.....	23
4. Неравенства с одной переменной и их системы.....	26
III. Функции.....	29
1. Функции, их свойства. Линейная функция и обратная пропорциональность.....	29
2. Квадратичная функция.....	31
3. Степенная функция.....	32
IV. Прогрессии и текстовые задачи.....	34
1. Арифметическая прогрессия.....	34
2. Геометрическая прогрессия.....	36
3. Решение текстовых задач.....	38
V. Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей.....	41
Элементы комбинаторики.....	41
Элементы теории вероятностей.....	42

Задачи для самостоятельного решения

I. Числа и выражения.....	44
1. Выражения, преобразования выражений.....	44
2. Степень с натуральным показателем, ее свойства.....	46
3. Одночлены, многочлены	47
4. Рациональные дроби и их свойства.....	48
5. Квадратные корни.....	51
6. Степень с целым показателем и ее свойства	53
7. Корень n -й степени, степень с рациональным показателем и их свойства	54
II. Уравнения и неравенства.....	56
1. Уравнения с одной переменной.....	56
2. Системы линейных уравнений	57
3. Квадратные уравнения	59
4. Неравенства с одной переменной и их системы	61
III. Функции.....	62
IV. Прогрессии и текстовые задачи.....	72
V. Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей.....	77

Варианты типовых тестовых заданий

Вариант 1

Часть 1.....	79
Часть 2.....	85

Вариант 2

Часть 1.....	86
Часть 2.....	91

Вариант 3

Часть 1.....	93
Часть 2.....	99

Вариант 4	
Часть 1.....	100
Часть 2.....	106
Вариант 5	
Часть 1.....	107
Часть 2.....	112
Вариант 6	
Часть 1.....	114
Часть 2.....	120
Вариант 7	
Часть 1.....	121
Часть 2.....	127
Вариант 8	
Часть 1.....	128
Часть 2.....	135
Вариант 9	
Часть 1.....	136
Часть 2.....	142
Вариант 10	
Часть 1.....	144
Часть 2.....	150
Ответы.....	151
Решение варианта 5	
Часть 1.....	154
Часть 2.....	158

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ КУРС

І. Числа и выражения

1. Выражения, преобразования выражений

Числовые выражения составляются из чисел с использованием знаков действий (« + », « - », « · », « : ») и скобок. Например, $32 : 4$; $21 \cdot 3 + 5$; $3 \cdot (2 : 0,2 - 4)$ – числовые выражения.

Значением числового выражения называется число, получающееся в результате выполнения всех действий в этом числовом выражении. Например, значения числовых выражений, приведенных выше, равны соответственно 8; 68 и 18.

Выражение, в котором встречается деление на нуль, не имеет числового значения, так как на нуль делить нельзя. Говорят, что такие выражения не имеют смысла.

Выражение, содержащее некоторые переменные величины, называется выражением с переменными (например, $10t$; $20a + 10b$; $3c : d$ и т. д.).

Значение выражения с переменными при данных значениях переменных – это значение числового выражения, которое получится, если в выражение с переменными вместо каждой переменной подставить данное ее значение.

Например, значение выражения $20t + 10b$ при $t = 0,1$, $b = 0,2$ равно $20 \cdot 0,1 + 10 \cdot 0,2 = 2 + 2 = 4$; значение выражения $3c : d$ при $c = 1$; $d = 3$ равно $(3 \cdot 1) : 3 = 1$.

Для преобразования выражений применяются основные свойства сложения и умножения чисел:

1) для любых чисел a и b верны равенства $a + b = b + a$, $ab = ba$ (переместительное свойство);

2) для любых чисел a , b и c верны равенства $(a + b) + c = a + (b + c)$, $(ab)c = a(bc)$ (сочетательное свойство);

3) для любых чисел a , b и c верно равенство $a(b + c) = ab + ac$ (распределительное свойство).

Два выражения называются тождественно равными, если их значения равны при любых допустимых значениях переменных.

Тождество – это равенство, верное при любых допустимых значениях переменных.

Тождественное преобразование выражения – это замена выражения другим, тождественно равным ему, выражением.

Рассмотрим несколько примеров.

Пример 1. Найдите значение выражения $(3:(0,2 - 0,1) + 4) \cdot 5$.

Решение: 1) $0,2 - 0,1 = 0,1$;

2) $3 : 0,1 = 30$;

3) $30 + 4 = 34$;

4) $34 \cdot 5 = 170$.

Ответ: 170.

Пример 2. Найдите значение выражения

$(2tx + 3n) \cdot y$ при $x = 1$; $y = 2$; $t = 0,5$; $n = 0,3$.

Решение: Подставим значения переменных в выражение:

$$(2tx + 3n) \cdot y = (2 \cdot 0,5 \cdot 1 + 3 \cdot 0,3) \cdot 2 = (1 + 0,9) \cdot 2 = 1,9 \cdot 2 = 3,8.$$

Ответ: 3,8.

Пример 3. Вычислите значение выражения

$11,2 \cdot 3,1 - 11,2 \cdot 1,1 + 22,4 \cdot (-0,5)$.

Решение: $11,2 \cdot 3,1 - 11,2 \cdot 1,1 + 22,4 \cdot (-0,5) =$
 $= 11,2 \cdot (3,1 - 1,1) - 11,2 = 11,2 \cdot 2 - 11,2 = 11,2 \cdot (2 - 1) = 11,2.$

Ответ: 11,2.

Пример 4. Упростите выражение

$$(3x - 2y - 2) - (x - y) - 4 + 2x + y + 1.$$

$$\begin{aligned} \text{Решение: } & (3x - 2y - 2) - (x - y) - 4 + 2x + y + 1 = \\ & = 3x - 2y - 2 - x + y - 4 + 2x + y + 1 = \\ & = (3x - x + 2x) - (2y - y - y) - (2 + 4 - 1) = 4x - 5. \end{aligned}$$

Ответ: $4x - 5$.

2. Степень с натуральным показателем, ее свойства

Степенью некоторого числа a с натуральным показателем n ($n > 1$) называется выражение $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ раз}}$.

$$a^1 = a. \text{ При } a \neq 0 \text{ считают } a^0 = 1.$$

Например,

$$5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125; (-2)^4 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = 16 \text{ и т. д.}$$

Свойства степени с натуральным показателем:

- 1) для любого положительного числа a : $a^n > 0$; $0^n = 0$;
- 2) для отрицательного числа a : $a^n > 0$, если n – четное число, и $a^n < 0$, если n – нечетное число;
- 3) $a^2 \geq 0$ для любого числа a ;
- 4) для любого числа a и любых натуральных чисел m и n :
 $a^m a^n = a^{m+n}$;
- 5) для любого числа $a \neq 0$ и любых натуральных чисел m и n таких, что $m > n$: $a^m : a^n = a^{m-n}$;
- 6) для любых чисел a и b и любого натурального числа n :
 $(ab)^n = a^n b^n$;
- 7) для любого числа a и любых натуральных чисел m и n :
 $(a^m)^n = a^{mn}$.

Рассмотрим несколько примеров.

Пример 1. Найдите значение выражения: $(-2)^3 \cdot 3^2 + 16^2$.

Решение: Вначале выполним возведения в степень:

$$(-2)^3 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -8; \quad 3^2 = 3 \cdot 3 = 9;$$

$$16^2 = 16 \cdot 16 = 256.$$

Теперь найдем значение выражения:

$$(-2)^3 \cdot 3^2 + 16^2 = (-8) \cdot 9 + 256 = 256 - 72 = 184.$$

Ответ: 184.

Пример 2. Упростите выражение $2x^2 \cdot x^3 - x^7 : x^2$.

Решение: Пользуясь свойствами 4) и 5), имеем:

$$2x^2 \cdot x^3 - x^7 : x^2 = 2x^{2+3} - x^{7-2} = 2x^5 - x^5 = x^5.$$

Ответ: x^5 .

Пример 3. Упростите выражение $\left((x^2y)^3\right)^4$.

Решение: Пользуясь свойствами 6) и 7), имеем:

$$\left((x^2y)^3\right)^4 = (x^2y)^{3 \cdot 4} = (x^2y)^{12} = (x^2)^{12} \cdot y^{12} = x^{2 \cdot 12} \cdot y^{12} = x^{24}y^{12}.$$

Ответ: $x^{24}y^{12}$.

3. Одночлены, многочлены

Одночленом называется выражение, являющееся произведением чисел, переменных и их степеней.

Например, выражения $2a^2b$; $2x^2 \cdot (-4)^3yz^2$; $-5x^4$ — одночлены.

Стандартный вид одночлена — это произведение числового множителя, который стоит на первом месте, и степеней различных переменных.

Например, стандартным видом одночлена $(-2)^3x^4y \cdot (-3)$ является $24x^4y$.

Коэффициент одночлена – это числовой множитель этого одночлена, записанного в стандартном виде.

Степень одночлена – это сумма показателей степеней всех его переменных. Если одночлен является числом (не содержит переменных), то его степень считают равной нулю.

Многочлен – это выражение, являющееся суммой одночленов (если многочлен состоит из двух членов, его называют двучленом; если из трех – трехчленом).

Стандартный вид многочлена – это сумма одночленов стандартного вида без подобных слагаемых. Наибольшая из степеней одночленов, входящих в многочлен стандартного вида, называется степенью этого многочлена.

Степенью произвольного многочлена называется степень многочлена стандартного вида, тождественно равного исходному многочлену.

Для того чтобы умножить одночлен на многочлен, нужно умножить этот одночлен на каждый член многочлена и сложить полученные произведения.

Для того чтобы умножить многочлен на многочлен, нужно каждый член первого многочлена умножить на каждый член второго многочлена и сложить полученные произведения.

Разложить многочлен на множители означает представить этот многочлен в виде произведения двух или нескольких многочленов.

Формулы сокращенного умножения:

$$1) (a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2;$$

$$2) (a \pm b)^3 = a^3 \pm 3ab + 3ab^2 \pm b^3;$$

$$3) a^2 - b^2 = (a - b)(a + b);$$

$$4) a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2).$$

Рассмотрим несколько примеров.

Пример 1. Приведите одночлен $2a^2 \cdot (-3)^2 b^3 \cdot a(-2) \cdot b$ к стандартному виду, укажите его коэффициент и степень.

Решение:

$$2a^2 \cdot (-3)^2 \cdot b^3 \cdot a \cdot (-2) \cdot b = 2 \cdot 9 \cdot (-2) \cdot a^2 \cdot a \cdot b^3 \cdot b = -36a^3b^4.$$

Коэффициент данного одночлена равен (-36) , а его степень равна 7.

Ответ: $-36a^3b^4$; -36 ; 7.

Пример 2. Упростите выражение $2x(x-3)^2 - (x-1)(2x^2+2)$.

Решение: $2x(x-3)^2 - (x-1)(2x^2+2) =$
 $= 2x(x^2 - 6x + 9) - (2x^3 + 2x - 2x^2 - 2) = 2x^3 - 12x^2 + 18x -$
 $- 2x^3 + 2x^2 - 2x + 2 = 16x + 2 - 10x^2.$

Ответ: $16x + 2 - 10x^2$.

Пример 3. Разложите на множители многочлен

$$x^3 - 8y^3 + 2x^2y + 4xy^2 + 8y - 5x.$$

Решение: $x^3 - 8y^3 + 2x^2y + 4xy^2 + 8y - 5x =$
 $= (x - 2y)(x^2 + 2xy + 4) + 2y(x^2 + 2xy + 4) - 5x =$
 $= (x - 2y + 2y)(x^2 + 2xy + 4) - 5x = x(x^2 + 2xy + 4 - 5) =$
 $= x(x^2 + 2xy - 1).$

Ответ: $x(x^2 + 2xy - 1)$.

4. Рациональные дроби и их свойства

Целые выражения – это выражения, составленные из чисел и переменных с использованием действий сложения, вычитания, умножения и деления на число, отличное от нуля.

Дробные выражения допускают также деление на выражение с переменными.

Целые и дробные выражения называют рациональными выражениями.

Допустимые значения переменных – это те значения переменных, при которых выражение имеет смысл.

Рациональная дробь – это дробь, числителем и знаменателем которой являются многочлены.

Основное свойство дроби: если числитель и знаменатель некоторой рациональной дроби умножить на один и тот же многочлен, не равный тождественно нулю, то получится дробь, равная исходной.

Тождество – это равенство, которое верно при всех допустимых значениях переменных, входящих в это равенство.

Свойства действий с рациональными дробями:

Если a, b, c – многочлены, причем многочлен c не равен нулю тождественно, то верно:

$$1) \frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c};$$

$$2) \frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}.$$

Если a, b, c, d – многочлены, причем многочлены b и d тождественно не равны нулю, то верно:

$$3) \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd};$$

$$4) \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}.$$

Если a, b, c, d – многочлены, причем многочлены b, c и d тождественно не равны нулю, то верно:

$$5) \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}.$$

Рассмотрим несколько примеров.

Пример 1. Сократите дробь $\frac{x^2 - 2xy + y^2 - 1}{x - y + 1}$.

Решение:

$$\frac{x^2 - 2xy + y^2 - 1}{x - y + 1} = \frac{(x - y)^2 - 1}{x - y + 1} = \frac{(x - y - 1)(x - y + 1)}{x - y + 1} = x - y - 1$$

Ответ: $x - y - 1$.

Пример 2. Упростите выражение $\frac{2x^2 - 5}{(x - 5)^3} - \frac{45}{(x - 5)^3}$.

$$\begin{aligned} \text{Решение: } \frac{2x^2 - 5}{(x - 5)^3} - \frac{45}{(x - 5)^3} &= \frac{2(x^2 - 25)}{(x - 5)^3} = \\ &= \frac{2(x - 5)(x + 5)}{(x - 5)(x^2 - 10x + 25)} = \frac{2x + 10}{x^2 - 10x + 25} \end{aligned}$$

Ответ: $\frac{2x + 10}{x^2 - 10x + 25}$.

Пример 3. Выполните деление: $\frac{x^2 - 3x}{2y^2} : \frac{x - 3}{4y}$.

$$\text{Решение: } \frac{x^2 - 3x}{2y^2} : \frac{x - 3}{4y} = \frac{x(x - 3) \cdot 4y}{2y^2(x - 3)} = \frac{2x}{y}$$

Ответ: $\frac{2x}{y}$.

5. Квадратные корни

Натуральные числа – это числа 1, 2, 3, 4, ..., которые употребляются при счете. Множество натуральных чисел обозначается \mathbb{N} .

Целые числа – это натуральные числа, противоположные им числа и число нуль (... , - 4, - 3, - 2, - 1, 0, 1, 2, 3, 4, ...). Множество целых чисел обозначается \mathbb{Z} .

Рациональные числа – это целые и дробные числа. Множество рациональных чисел обозначается \mathbb{Q} .

Всякое рациональное число может быть представлено в виде дроби $\frac{m}{n}$, где $m \in \mathbb{Z}$, $n \in \mathbb{N}$ (« \in » – знак принадлежности некоторому множеству).

Всякое рациональное число может быть представлено в виде бесконечной десятичной периодической дроби и обратно: всякая бесконечная десятичная периодическая дробь есть некоторое рациональное число.

Однако рациональные числа – не все числа. Например, число, квадрат которого равен 2 (длина диагонали квадрата со стороной 1), не является рациональным.

Бесконечные десятичные непериодические дроби называют иррациональными числами.

Действительные числа – это рациональные и иррациональные числа. Множество действительных чисел обозначают \mathbb{R} .

Квадратный корень из числа a – это число, квадрат которого равен a . Например, 4 и - 4 – квадратные корни из 16, так как $4^2 = (-4)^2 = 16$.

Арифметический квадратный корень из числа a – это неотрицательное число, квадрат которого равен a .

Арифметический квадратный корень из числа a обозначают \sqrt{a} .

Например, $\sqrt{25} = 5$, так как $5 \geq 0$ и $5^2 = 25$; $\sqrt{0} = 0$, так как $0 \geq 0$ и $0^2 = 0$.

То есть $\sqrt{a} = b$, если $b \geq 0$ и $b^2 = a$.

Так как квадрат любого числа – неотрицательное число, то при $a < 0$ выражение \sqrt{a} не имеет смысла.

В зависимости от a уравнение $x^2 = a$:

- 1) не имеет корней при $a < 0$;
- 2) имеет единственный корень, равный нулю, при $a = 0$;
- 3) имеет два корня $x_1 = \sqrt{a}$ и $x_2 = -\sqrt{a}$ при $a > 0$.

Свойства арифметического квадратного корня:

- 1) Если $a \geq 0$ и $b \geq 0$, то $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$;
- 2) Если $a \geq 0$ и $b > 0$, то $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$;
- 3) При любых значениях a верно равенство $\sqrt{a^2} = |a|$.

Рассмотрим несколько примеров.

Пример 1. Найдите значение выражения

$$\left(\sqrt{36} \cdot \sqrt{0,01} - \sqrt{0,04} \cdot \sqrt{25}\right)^2.$$

Решение: $\left(\sqrt{36} \cdot \sqrt{0,01} - \sqrt{0,04} \cdot \sqrt{25}\right)^2 = (6 \cdot 0,1 - 0,2 \cdot 5)^2 = (-0,4)^2 = 0,16.$

Ответ: 0,16.

Пример 2. Решите уравнение $x^2 = 9 + \sqrt{256}$.

Решение: $x^2 = 9 + 16 = 25$;

$$x = \pm\sqrt{25} = \pm 5.$$

Ответ: ± 5 .

Пример 3. Найдите значение выражения $\sqrt{32 \cdot 18 \cdot 81}$.

Решение: $\sqrt{32 \cdot 18 \cdot 81} = \sqrt{16 \cdot 2 \cdot 18 \cdot 81} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{36} \cdot \sqrt{81} =$
 $= 4 \cdot 6 \cdot 9 = 216.$

Ответ: 216.

Пример 4. Найдите значение выражения $\sqrt{\frac{8 \cdot 36}{18}}$.

Решение: $\sqrt{\frac{8 \cdot 36}{18}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 4 \cdot 36}{2 \cdot 9}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 36}{9}} = \frac{\sqrt{4 \cdot 36}}{\sqrt{9}} =$
 $= \frac{\sqrt{4} \cdot \sqrt{36}}{3} = \frac{2 \cdot 6}{3} = 4.$

Ответ: 4.

Пример 5. Упростите выражение

$$\left(\frac{\sqrt{75} - x}{x^2 - 75} + x + 5\sqrt{3} \right) : (x^2 + 10\sqrt{3}x + 74).$$

Решение: 1) $\frac{\sqrt{75} - x}{x^2 - 75} + x + 5\sqrt{3} =$
 $= -\frac{x - \sqrt{75}}{(x - \sqrt{75})(x + \sqrt{75})} + x + 5\sqrt{3} = x + 5\sqrt{3} - \frac{1}{x + 5\sqrt{3}} =$
 $= \frac{(x + 5\sqrt{3})^2 - 1}{x + 5\sqrt{3}} = \frac{x^2 + 10\sqrt{3}x + 74}{x + 5\sqrt{3}}.$

2) $\frac{x^2 + 10\sqrt{3}x + 74}{x + 5\sqrt{3}} : (x^2 + 10\sqrt{3}x + 74) = \frac{1}{x + 5\sqrt{3}}.$

Ответ: $\frac{1}{x + 5\sqrt{3}}.$

6. Степень с целым показателем и ее свойства

Если $a \neq 0$ и n – целое отрицательное число, то $a^n = \frac{1}{a^{-n}}$.

Выражение 0^n при $n \in \mathbb{Z}$, $n \leq 0$ не имеет смысла.

Например, $3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$; $\left(-\frac{1}{3}\right)^{-2} = \frac{1}{\left(-\frac{1}{3}\right)^2} = \frac{1}{\frac{1}{9}} = 9$.

Свойства степени с целым показателем:

Для всех $a \neq 0$ и любых $m, n \in \mathbb{Z}$ верны равенства:

- 1) $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$;
- 2) $a^m : a^n = a^{m-n}$;
- 3) $(a^m)^n = a^{mn}$.

Для всех $a \neq 0$, $b \neq 0$ и любого $n \in \mathbb{Z}$ верны равенства

- 4) $(ab)^n = a^n b^n$;
- 5) $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$.

Стандартный вид числа b – это его запись в виде $a \cdot 10^n$, где $1 \leq a < 10$, $n \in \mathbb{Z}$. Число n называется порядком числа b .

Рассмотрим несколько примеров.

Пример 1. Вычислите $(5 \cdot 10^{-2} + 6^{-1} \cdot 36 - 20^{-1})^2$.

Решение:

$$\begin{aligned} (5 \cdot 10^{-2} + 6^{-1} \cdot 36 - 20^{-1})^2 &= \left(5 \cdot \frac{1}{10^2} + \frac{1}{6} \cdot 36 - \frac{1}{20}\right)^2 = \\ &= \left(\frac{1}{20} + 6 - \frac{1}{20}\right)^2 = 6^2 = 36. \end{aligned}$$

Ответ: 36.

Пример 2. Упростите выражение $(a^{-2} - b^{-2}) : \frac{(a-b)}{ab}$.

Решение: $(a^{-2} - b^{-2}) : \frac{(a-b)}{ab} = \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2} \right) \cdot \frac{ab}{(a-b)} =$
 $= \frac{b^2 - a^2}{a^2 b^2} \cdot \frac{ab}{a-b} = -\frac{(a-b)(a+b)}{(ab)^2} \cdot \frac{ab}{a-b} = -\frac{a+b}{ab}$.

Ответ: $-\frac{a+b}{ab}$.

Пример 3. Представьте число 36782 в стандартном виде и назовите его порядок.

Решение: $36782 = 3678,2 \cdot 10 = 367,82 \cdot 10^2 = 36,782 \cdot 10^3 =$
 $= 3,6782 \cdot 10^4$. Порядок числа равен 4.

Ответ: $3,6782 \cdot 10^4$; порядок 4.

7. Корень n -й степени, степень с рациональным показателем и их свойства

Число, n -я степень которого равна a , называется корнем n -й степени из числа a ($n \in \mathbb{N}$) и обозначается $\sqrt[n]{a}$, $n \geq 2$.

Неотрицательное число, n -я степень которого равна неотрицательному числу a , называется арифметическим корнем n -й степени из числа a .

Свойства арифметического корня n -й степени:

1) Если $a \geq 0$, $b \geq 0$, то $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$;

2) Если $a \geq 0$, $b > 0$, то $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$;

3) Если $n, k \in \mathbb{N}$, $a \geq 0$, то $\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a}$;

4) Если $n, k \in \mathbb{N}$ и $a \geq 0$, то $\sqrt[nk]{a^{mk}} = \sqrt[n]{a^m}$.

Если $a > 0$, $m \in \mathbb{Z}$, $n \in \mathbb{N}$, то $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$.

Если $m, n \in \mathbb{N}$, то $0^{\frac{m}{n}} = 0$.

Свойства степени с рациональным показателем:

Для любого $a > 0$ и $p, q \in \mathbb{Q}$:

1) $a^p a^q = a^{p+q}$;

2) $a^p : a^q = a^{p-q}$;

3) $(a^p)^q = a^{pq}$.

Для любых $a > 0$, $b > 0$ и $p \in \mathbb{Q}$:

4) $(ab)^p = a^p \cdot b^p$;

5) $\left(\frac{a}{b}\right)^p = \frac{a^p}{b^p}$.

Рассмотрим несколько примеров.

Пример 1. Найдите значение выражения

$$\sqrt[3]{8 \cdot 0,001} \cdot \sqrt[5]{\frac{243}{32}}.$$

Решение:

$$\sqrt[3]{8 \cdot 0,001} \cdot \sqrt[5]{\frac{243}{32}} = \sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{0,001} \cdot \frac{\sqrt[5]{243}}{\sqrt[5]{32}} = 2 \cdot 0,1 \cdot \frac{3}{2} = 0,3.$$

Ответ: 0,3.

Пример 2. Упростите выражение

$$\left((a^{-0,4} b^{0,2})^5 \cdot a^2 b \right)^{\frac{1}{3}}.$$

$$\begin{aligned} \text{Решение: } \left((a^{-0,4} b^{0,2})^5 \cdot a^2 b \right)^{\frac{1}{3}} &= \left((a^{-0,4})^5 \cdot (b^{0,2})^5 \cdot a^2 b \right)^{\frac{1}{3}} = \\ &= (a^{-2} \cdot b \cdot a^2 b)^{\frac{1}{3}} = (b^2)^{\frac{1}{3}} = b^{\frac{2}{3}}. \end{aligned}$$

Ответ: $b^{\frac{2}{3}}$.

II. Уравнения и неравенства

1. Уравнения с одной переменной

Уравнение с одной переменной – это равенство, содержащее переменную.

Корень уравнения – это значение переменной, при котором уравнение обращается в верное числовое равенство.

Решить уравнение означает найти все его корни или доказать, что корней нет.

Равносильные уравнения – уравнения, имеющие одно и то же множество корней (решений).

Следующие преобразования: перенос слагаемого из одной части в другую с изменением знака этого слагаемого; умножение или деление обеих частей уравнения на одно и то же не равное нулю число приводят уравнение к равносильному ему уравнению.

Линейное уравнение с одной переменной – это уравнение вида $ax = b$, где x – переменная, a и b – некоторые числа.

1) Если $a = b = 0$, то это уравнение имеет бесконечно много решений;

2) Если $a \neq 0$, то это уравнение имеет один корень: $x = \frac{b}{a}$;

3) Если $a = 0$ и $b \neq 0$, то это уравнение не имеет корней.

Рассмотрим несколько примеров.

Пример 1. Решите уравнение $\frac{2x-1}{3} - \frac{x+1}{2} = 2$.

Решение: $\frac{2x-1}{3} - \frac{x+1}{2} = 2$;

$\frac{4x-2-3x-3}{6} = 2$; $\frac{x-5}{6} = 2$; $x-5 = 12$; $x = 17$.

Ответ: 17.

Пример 2. Решите уравнение $5x + \frac{2x+3}{4} = \frac{3x-1}{2} + 4x$.

Решение: $5x + \frac{2x+3}{4} = \frac{3x-1}{2} + 4x$;

$$\frac{22x+3}{4} = \frac{11x-1}{2}$$

$44x + 6 = 44x - 4$; $6 = -4$, то есть данное уравнение не имеет корней.

Ответ: нет корней.

2. Системы линейных уравнений

Линейное уравнение с двумя переменными – это уравнение вида $ax + by = c$, где x и y – переменные, a , b и c – некоторые числа. Решение уравнения с двумя переменными (не обязательно линейного) – это пара значений переменных, при подстановке которых в уравнение оно обращается в верное равенство.

Общий вид системы линейных уравнений с двумя переменными:

$$\begin{cases} ax + by = c, \\ dx + ey = f. \end{cases}$$

Решение системы уравнений с двумя переменными (не обязательно линейных) – это пара значений переменных, при подстановке которых в уравнение системы каждое из них обращается в верное равенство.

Алгоритм решения системы линейных уравнений с двумя переменными методом подстановки:

1) выразить из какого-нибудь уравнения системы одну переменную через другую;

- 2) подставить в другое уравнение системы вместо этой переменной полученное выражение;
- 3) решить полученное уравнение с одной переменной;
- 4) найти соответствующее значение второй переменной и выписать решение системы.

Алгоритм решения системы линейных уравнений с двумя переменными методом сложения:

- 1) умножить почленно уравнения системы, подобрав множители таким образом, чтобы коэффициенты при одной из переменных стали противоположными;
- 2) сложить почленно левые и правые части уравнений системы;
- 3) решить полученное уравнение с одной переменной;
- 4) найти соответствующее значение второй переменной и выписать решение системы.

Рассмотрим несколько примеров.

Пример 1. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 1; \\ 2x - 3y = 2. \end{cases}$$

Решение: Из второго уравнения системы: $x = \frac{2+3y}{2}$.

Подставим получившееся выражение в первое уравнение вместо x :

$$\frac{2+3y}{4} - \frac{y}{3} = 1; \quad \frac{6+9y-4y}{12} = 1;$$

$$5y + 6 = 12; \quad 5y = 6; \quad y = \frac{6}{5}.$$

$$\text{Найдем } x: \quad x = \frac{2+3 \cdot \frac{6}{5}}{2} = \frac{14}{5}.$$

Ответ: (2,8; 1,2).

Пример 2. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{y}{4} = 2; \\ 2x + 3y = 5. \end{cases}$$

Решение: Умножив первое уравнение на (-4) , получим систему
$$\begin{cases} -2x + y = -8 \\ 2x + 3y = 5 \end{cases}.$$

Отсюда: $4y = -3$; $y = -\frac{3}{4}$; $x = \frac{5 - 3y}{2} = \frac{5 - 3 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)}{2} = \frac{29}{8}$.

Ответ: $\left(\frac{29}{8}; -\frac{3}{4}\right)$.

3. Квадратные уравнения

Уравнение вида $ax^2 + bx + c = 0$, где x – переменная, a, b, c – некоторые числа, причем $a \neq 0$, называется квадратным уравнением.

Квадратное уравнение при $a = 1$ (то есть уравнение вида $x^2 + bx + c = 0$) называется приведенным квадратным уравнением.

Неполные квадратные уравнения (хотя бы один из коэффициентов b или c равен нулю):

1) $b = c = 0$: $ax^2 = 0$.

Единственный корень $x = 0$.

2) $b = 0, c \neq 0$: $ax^2 + c = 0$.

Это уравнение равносильно уравнению $x^2 = -\frac{c}{a}$.

Если $\frac{c}{a} > 0$, то $-\frac{c}{a} < 0$ и уравнение не имеет корней.

Если $\frac{c}{a} < 0$, то $-\frac{c}{a} > 0$ и уравнение имеет 2 корня:

$$x_1 = \sqrt{-\frac{c}{a}} \text{ и } x_2 = -\sqrt{-\frac{c}{a}}.$$

3) $b \neq 0, c = 0: ax^2 + bx = 0.$

Это уравнение равносильно уравнению $x(ax + b) = 0.$

Оно имеет 2 корня: $x_1 = 0$ и $x_2 = -\frac{b}{a}.$

В общем виде квадратное уравнение $ax^2 + bx + c = 0$

1) при $D = b^2 - 4ac \geq 0$ имеет корни $x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a};$

2) при $D = b^2 - 4ac < 0$ не имеет корней.

Выражение $D = b^2 - 4ac$ называется дискриминантом квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0.$

Теорема Виета: Если x_1 и x_2 – корни приведенного квадратного уравнения $x^2 + px + q = 0,$ то $x_1 + x_2 = -p;$
 $x_1 \cdot x_2 = q.$

Обратная теорема Виета: Если числа x_1 и x_2 таковы, что $x_1 + x_2 = -p,$ а $x_1 \cdot x_2 = q,$ то эти числа являются корнями уравнения $x^2 + px + q = 0.$

Рассмотрим несколько примеров.

Пример 1. Решите уравнение $x^2 - 2x - 3 = 0.$

Решение: $D = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) = 4 + 12 = 16 = 4^2$

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{4^2}}{2 \cdot 1} = \frac{2 \pm 4}{2}$$

$$x_1 = \frac{2 - 4}{2} = -1;$$

$$x_2 = \frac{2 + 4}{2} = 3.$$

Ответ: $-1; 3.$

Пример 2. Найдите сумму квадратов корней уравнения $x^2 + 5x + 1 = 0$.

Решение: Пусть x_1 и x_2 – корни данного квадратного уравнения. Тогда по теореме Виета $x_1 + x_2 = -5$; $x_1 \cdot x_2 = 1$.

$$\begin{aligned}x_1^2 + x_2^2 &= x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2 - 2x_1x_2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = \\ &= (-5)^2 - 2 \cdot 1 = 25 - 2 = 23.\end{aligned}$$

Ответ: 23.

Пример 3. Решите уравнение

$$\frac{2x+1}{x-1} - \frac{x+1}{x-2} = 2.$$

Решение:
$$\frac{2x+1}{x-1} - \frac{x+1}{x-2} = \frac{(2x+1)(x-2) - (x+1)(x-1)}{(x-1)(x-2)} =$$
$$= \frac{2x^2 - 3x - 2 - x^2 + 1}{x^2 - 3x + 2} = \frac{x^2 - 3x - 1}{x^2 - 3x + 2};$$

$$\frac{x^2 - 3x - 1}{x^2 - 3x + 2} = 2;$$

$$x^2 - 3x - 1 = 2x^2 - 6x + 4;$$

$$x^2 - 3x + 5 = 0$$

$D = 9 - 4 \cdot 5 = -11 < 0 \Rightarrow$ уравнение не имеет корней.

Ответ: нет корней.

4. Неравенства с одной переменной и их системы

Общий способ сравнения чисел:

Число a больше числа b ($a > b$), если их разность $a - b$ – положительное число; число a меньше числа b , если их разность $a - b$ – отрицательное число.

Свойства числовых неравенств:

- 1) Если $a > b$, то $b < a$; если $a < b$, то $b > a$;
- 2) Если $a < b$ и $b < c$, то $a < b < c$;
- 3) Если $a < b$ и $c \in \mathbb{R}$, то $a + c < b + c$;
- 4) Если $a < b$ и $c > 0$, то $ac < bc$; если $a < b$ и $c < 0$, то $ac > bc$;
- 5) Если $a < b$ и $c < d$, то $a + c < b + d$;
- 6) Если $a < b$ и $c < d$, a, b, c, d – положительные числа, то $ac < bd$.

Решение неравенства с одной переменной – это значение переменной, при котором неравенство обращается в верное числовое неравенство.

Решить неравенство с одной переменной означает найти все его решения или доказать, что решений нет.

Решение системы неравенств с одной переменной – это значение переменной, при котором верно каждое из неравенств системы.

Решить систему означает найти все ее решения или доказать, что решений нет.

Если неравенство имеет вид

$$f(x) = (x - x_1)(x - x_2) \cdot \dots \cdot (x - x_n) > 0 (< 0),$$

то в каждом из промежутков, на которые область определения разбивается точками x_1, x_2, \dots, x_n , знак функции сохраняется, а при переходе через каждую из точек x_1, x_2, \dots, x_n ее знак меняется.

Рассмотрим несколько примеров.

Пример 1. Решите неравенство $\frac{4x-1}{2} - x \geq 3x + 2$.

Решение:

$$\frac{4x-1-2x}{2} \geq 3x+2;$$

$$2x-1 \geq 6x+4;$$

$$4x \leq -5;$$

$$x \leq -\frac{5}{4}.$$

Ответ: $\left(-\infty; -\frac{5}{4}\right]$.

Пример 2. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} (2x-3) - 3(x-1) \geq 1, \\ 2(x+5) - x \leq 3; \end{cases}$$

$$\text{Решение: } \begin{cases} 2x-3-3x+3 \geq 1, \\ 2x+10-x \leq 3; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -1 \\ x \leq -7 \end{cases}$$

Ответ: $x \leq -7$.

Пример 3. Решите неравенство $3x^2 - x - \frac{5}{4} \geq 0$.

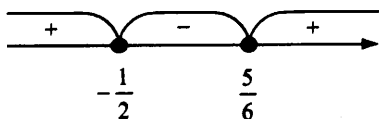
Решение:

Разложим квадратный трехчлен $3x^2 - x - \frac{5}{4}$ на множители.

Для этого найдем его корни: $D = 1 + 4 \cdot 3 \cdot \frac{5}{4} = 16$;

$$x = \frac{1 \pm 4}{6}; \quad x_1 = -\frac{1}{2}; \quad x_2 = \frac{5}{6}.$$

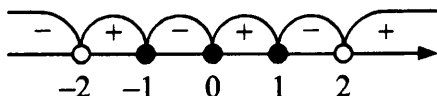
$$3x^2 - x - \frac{5}{4} = 3\left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{5}{6}\right) \geq 0$$



Ответ: $x \in \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{5}{6}; +\infty\right)$.

Пример 4. Решите неравенство $\frac{x^3 - x}{x^2 - 4} \geq 0$.

Решение: $\frac{x(x-1)(x+1)}{(x-2)(x+2)} \geq 0$.



Ответ: $x \in (-2; -1] \cup [0; 1] \cup (2; +\infty)$.

III. Функции

1. Функции, их свойства.

Линейная функция и обратная пропорциональность

Функция – это такая зависимость переменной y от переменной x , при которой каждому значению переменной x соответствует единственное значение переменной y .

Переменная x называется независимой переменной, или аргументом.

Переменная y называется зависимой переменной, и говорят, что переменная y является функцией от переменной x .

Область определения функции – это все значения независимой переменной; область значений функции – это все значения, которые принимает зависимая переменная.

График функции – это множество всех точек координатной плоскости, абсциссы которых равны значениям аргумента, а ординаты – соответствующим значениям функции.

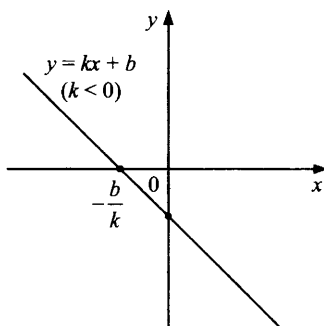
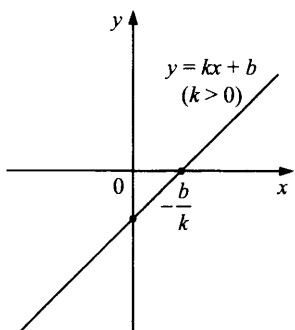
Нули функции – это значения аргумента, при которых функция обращается в нуль.

Функция называется возрастающей на некотором промежутке I , если для любых $x_1, x_2 \in I$ таких, что $x_1 < x_2$, верно неравенство $f(x_1) < f(x_2)$.

Функция называется убывающей на некотором промежутке I , если для любых $x_1, x_2 \in I$ таких, что $x_1 < x_2$, верно неравенство $f(x_1) > f(x_2)$.

Линейной функцией называется функция, заданная формулой вида $y = kx + b$, где x – аргумент, $k, b \in \mathbb{R}$. График линейной функции – прямая.

Число k называется угловым коэффициентом прямой.



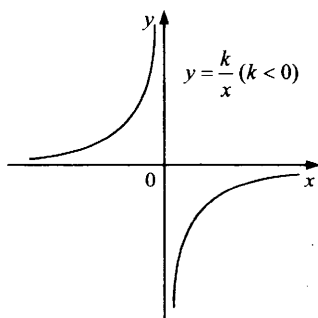
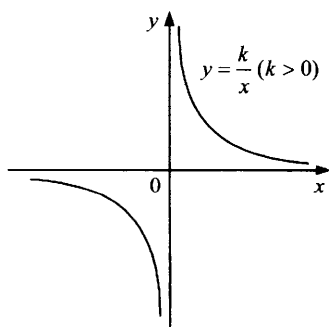
Нуль линейной функции: $x = -\frac{b}{k}$.

Если $k > 0$, то $y > 0$ при $x > -\frac{b}{k}$ и $y < 0$ при $x < -\frac{b}{k}$; если $k < 0$, то $y > 0$ при $x < -\frac{b}{k}$ и $y < 0$ при $x > -\frac{b}{k}$.

При $k > 0$ функция $y = kx + b$ возрастает на \mathbb{R} , при $k < 0$ – убывает на \mathbb{R} .

Обратной пропорциональностью называется функция, заданная формулой $y = \frac{k}{x}$, где x – аргумент, $k \in \mathbb{R}$, $k \neq 0$.

Область определения этой функции – $x \neq 0$.



У функции $y = \frac{k}{x}$ нет нулей.

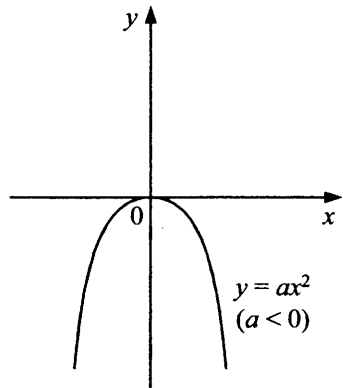
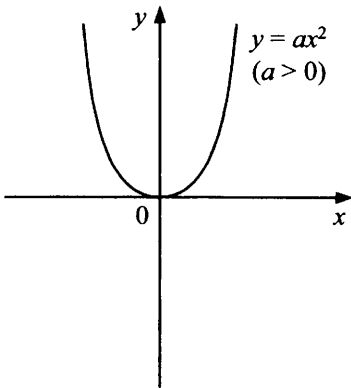
При $k > 0$ $y > 0$ при $x > 0$ и $y < 0$ при $x < 0$;
при $k < 0$ $y > 0$ при $x < 0$ и $y < 0$ при $x > 0$.

При $k > 0$ функция $y = \frac{k}{x}$ убывает на всей области определения, при $k < 0$ функция $y = \frac{k}{x}$ возрастает на всей области определения.

2. Квадратичная функция

Квадратичная функция – это функция, заданная формулой вида $y = ax^2 + bx + c$, где x – аргумент, $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$.

Рассмотрим функцию, заданную формулой $y = ax^2$ ($a \neq 0$).



Свойства функции $y = ax^2$:

1) Если $x = 0$, то $y = 0$, то есть график функции проходит через начало координат.

2) Если $x \neq 0$, то $y > 0$ при $a > 0$ и $y < 0$ при $a < 0$.

3) График функции симметричен относительно оси y .

4) При $a > 0$ функция убывает на промежутке $(-\infty; 0]$ и возрастает на промежутке $[0; +\infty)$; при $a < 0$ функция возрастает на промежутке $(-\infty; 0]$ и убывает на промежутке $[0; +\infty)$.

5) При $a > 0$ $y_{\min} = 0$, при $a < 0$ $y_{\max} = 0$.

График функции $y = ax^2 + n$ получается из графика функции $y = ax^2$ параллельным переносом вдоль оси y на n единиц вверх при $n > 0$ или на $(-n)$ единиц вниз, если $n < 0$.

График функции $y = a(x - m)^2$ получается из графика функции $y = ax^2$ параллельным переносом вдоль оси x на m единиц вправо при $m > 0$ или на $(-m)$ единиц влево, если $m < 0$.

Вершина параболы – это точка пересечения параболы с ее осью симметрии.

Вершина параболы $y = ax^2 + bx + c$ имеет координаты $\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{b^2 - 4ac}{4a}\right)$.

3. Степенная функция

Функция $y = f(x)$ называется четной, если область ее определения симметрична относительно нуля и для любого значения аргумента x выполняется равенство $f(-x) = f(x)$.

График любой четной функции симметричен относительно оси y . Функция $y = f(x)$ называется нечетной, если область ее определения симметрична относительно нуля и для любого значения аргумента x выполняется равенство $f(-x) = -f(x)$.

График любой нечетной функции симметричен относительно начала координат.

Степенной функцией с натуральным показателем называется функция, заданная формулой $y = x^n$, где x – аргумент, $n \in \mathbb{N}$.

Свойства функции $y = x^n$ при четном n ($n = 2k$, $k \in \mathbb{N}$):

- 1) Если $x = 0$, то $y = 0$ (график функции проходит через начало координат).
- 2) Если $x \neq 0$, то $y > 0$.
- 3) Функция является четной.
- 4) Функция возрастает на промежутке $[0; +\infty)$ и убывает на промежутке $(-\infty; 0]$.
- 5) Область значений функции – $[0; +\infty)$.

Свойства функции $y = x^n$ при нечетном n ($n = 2k - 1$, $k \in \mathbb{N}$):

- 1) Если $x = 0$, то $y = 0$ (график функции проходит через начало координат).
- 2) Если $x > 0$, то $y > 0$; если $x < 0$, то $y < 0$.
- 3) Функция является нечетной.
- 4) Функция возрастает на промежутке $(-\infty; +\infty)$.
- 5) Область значений функции – \mathbb{R} .

IV. Прогрессии и текстовые задачи

1. Арифметическая прогрессия

Арифметической прогрессией называется последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен сумме предыдущего члена и одного и того же числа:

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad a_{n+1} = a_n + d, \quad d \in \mathbb{R}. \quad (\forall - \text{ для любого})$$

$d = a_{n+1} - a_n$ – разность арифметической прогрессии.

Формула n -го члена арифметической прогрессии:

$$a_n = a_1 + d(n-1).$$

Формула суммы n первых членов арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2} = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$$

Рассмотрим несколько примеров.

Пример 1. Второй член арифметической прогрессии равен 6, а восьмой член – 42. Найдите разность этой прогрессии.

$$\text{Решение: } \begin{cases} a_2 = a_1 + d = 6 \\ a_8 = a_1 + 7d = 42 \end{cases}$$

Отсюда: $6d = 42 - 6 = 36$; $d = 6$.

Ответ: 6.

Пример 2. Найдите a_1 и d арифметической прогрессии, если: $a_7 = 21$, $S_7 = 205$.

Решение: Так как $S_7 = \frac{a_1 + a_7}{2} \cdot 7$ (по формуле суммы 7 первых членов арифметической прогрессии), то $205 = \frac{a_1 + 21}{2} \cdot 7$.

Отсюда находим первый член арифметической прогрессии:

$$410 = 7a_1 + 147;$$

$$7a_1 = 263.$$

$$\text{Тогда } a_1 = 37\frac{4}{7}.$$

$$\text{Так как } a_7 = a_1 + 6d, \text{ то } 21 = 37\frac{4}{7} + 6d.$$

Отсюда находим разность арифметической прогрессии:

$$6d = -16\frac{4}{7};$$

$$d = -\frac{58}{21}.$$

$$\text{Итак, } d = -2\frac{16}{21}.$$

$$\text{Ответ: } a_1 = 37\frac{4}{7}; d = -2\frac{16}{21}.$$

Пример 3. Решите уравнение $1 + 6 + 11 + 16 + \dots + x = 235$.

Решение: Левая часть уравнения представляет собой сумму какого-то числа членов арифметической прогрессии с $a_1 = 1$; $d = 5$.

$$x = a_n = a_1 + (n-1)d = 1 + (n-1) \cdot 5 = 5n - 4 \Rightarrow n = \frac{x+4}{5}.$$

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{1+x}{2} \cdot \frac{x+4}{5} = 235$$

$$x^2 + 5x + 4 = 2350;$$

$$x^2 + 5x - 2346 = 0;$$

$$D = 25 + 4 \cdot 2346 = 9409 = 97^2;$$

$$x = \frac{-5 \pm 97}{2} \Rightarrow x = 46 \text{ (так как } x > 0 \text{)}.$$

Ответ: 46.

2. Геометрическая прогрессия

Геометрическая прогрессия – это последовательность отличных от нуля чисел, каждый член которой, начиная со второго, равен произведению предыдущего члена на одно и то же число:

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad b_n \neq 0 \text{ и } b_{n+1} = b_n \cdot q.$$

$$q = \frac{b_{n+1}}{b_n} \text{ – знаменатель геометрической прогрессии.}$$

Формула n -го члена геометрической прогрессии:

$b_n = b_1 q^{n-1}$. Формула суммы n первых членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{b_n q - b_1}{q - 1} = \frac{b_1 (q^n - 1)}{q - 1}, (q \neq 1)$$

Если $|q| < 1$, то прогрессия называется бесконечно убывающей геометрической прогрессией и ее сумма равна

$$S = \frac{b_1}{1 - q}.$$

Рассмотрим несколько примеров.

Пример 1. Найдите знаменатель геометрической прогрессии, если ее второй член равен -2 , а седьмой равен 64 .

$$\text{Решение: } \frac{b_7}{b_2} = \frac{b_1 q^6}{b_1 q} = q^5 = \frac{64}{-2} = -32 \Rightarrow q = -2.$$

Ответ: -2 .

Пример 2. Найдите сумму семи первых членов геометрической прогрессии:

$5, 10, 20, \dots$

Решение: Для решения данного примера необходимо применить формулу суммы семи первых членов геометрической прогрессии:

$$b_1 = 5; q = 2. \text{ Так как } S_7 = \frac{b_1(1-q^7)}{1-q}, \text{ то}$$

$$S_7 = \frac{5 \cdot (1-2^7)}{1-2} = -5(1-128) = 635.$$

Ответ: 635.

Пример 3. Решите уравнение $x^2 - x = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \frac{1}{27} + \dots$

Решение: Правая часть – бесконечная геометрическая прогрессия с $q = -\frac{1}{3}$.

Поэтому имеем:

$$x^2 - x = \frac{1}{1 - \left(-\frac{1}{3}\right)} = \frac{1}{\frac{4}{3}} = \frac{3}{4}.$$

$$x^2 - x - \frac{3}{4} = 0;$$

$$D = 1 + 4 \cdot \frac{3}{4} = 4;$$

$$x = \frac{1 \pm 2}{2}; x_1 = -\frac{1}{2}; x_2 = \frac{3}{2}.$$

Ответ: $-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}$.

3. Решение текстовых задач

Остановимся на нескольких стандартных примерах текстовых задач.

Пример 1. Из пункта A в пункт B , расположенный в 24 км от A , одновременно отправились велосипедист и пешеход. Велосипедист прибыл в пункт B на 4 ч раньше пешехода. Известно, что если бы велосипедист ехал с меньшей на 4 км/ч скоростью, то на путь из A в B он затратил бы вдвое меньше времени, чем пешеход. Найдите скорость пешехода.

Решение:

	Скорость
Велосипедист	x
Пешеход	y

$$x, y > 0;$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{24}{y} - \frac{24}{x} = 4 \\ \frac{24}{x-4} = \frac{1}{2} \cdot \frac{24}{y} \end{array} \right. ; \left\{ \begin{array}{l} 24x - 24y = 4xy \\ 2y = x - 4 \end{array} \right. ; \left\{ \begin{array}{l} 6x - 6y = xy \\ x = 2y + 4 \end{array} \right. ;$$

$$6(2y + 4) - 6y = (2y + 4)y;$$

$$12y + 24 - 6y = 2y^2 + 4y;$$

$$2y^2 - 2y - 24 = 0;$$

$$y^2 - y - 12 = 0;$$

$$y_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1+48}}{2} = \frac{1 \pm 7}{2};$$

$$y_1 = \frac{1-7}{2} = -3 \text{ — не удовлетворяет условию.}$$

$$y_2 = 4; x_2 = 12.$$

Ответ: 4 км/ч.

Пример 2. 60 деталей первый рабочий изготавливает на 3 ч быстрее, чем второй. За сколько часов второй рабочий изготовит 90 деталей, если, работая вместе, они изготавливают за 1 час 30 деталей?

Решение:

	За 1 час
I рабочий	x деталей
II рабочий	y деталей

$$\begin{cases} \frac{60}{x} + 3 = \frac{60}{y} \\ x + y = 30 \end{cases}; \begin{cases} 60(x - y) = 3xy \\ x = 30 - y \end{cases}; \begin{cases} 20(x - y) = xy \\ x = 30 - y \end{cases}$$

$$20(30 - 2y) = y(30 - y); 600 - 40y = 30y - y^2$$

$$y^2 - 70y + 600 = 0;$$

$$y_{1,2} = \frac{35 \pm \sqrt{1225 - 600}}{1} = 35 \pm 25;$$

$y_1 = 60$ – не удовлетворяет условию

$$y_2 = 10, x_2 = 20;$$

$$\frac{90}{10} = 9 \text{ ч.}$$

Ответ: 9 ч.

Пример 3. Вкладчик сначала снял со своего счета в сбербанке $\frac{1}{5}$ своих денег, потом $\frac{5}{16}$ оставшихся и еще 999 рублей.

После этого у него на счете в сбербанке осталось $\frac{1}{4}$ всех денег. Каким был первоначальный вклад?

Решение:

Пусть первоначальный вклад был x рублей. Тогда в первый раз вкладчик снял $\frac{x}{5}$ руб., после чего осталось $x - \frac{x}{5} = \frac{4x}{5}$ руб.;

во второй раз он снял $\frac{5}{16} \cdot \frac{4}{5}x + 999 = \left(\frac{1}{4}x + 999\right)$ руб.

После чего у него осталось $\frac{1}{4}x$ руб. Составим и решим

уравнение:

$$x - \frac{x}{5} - \left(\frac{1}{4}x + 999\right) = \frac{1}{4}x;$$

$$\left(1 - \frac{1}{5} - \frac{1}{4} - \frac{1}{4}\right)x = 999;$$

$$\frac{3}{10}x = 999; x = 3330.$$

Ответ: 3330 рублей.

Пример 4. Двузначное число в 4 раза больше суммы своих цифр, а квадрат этой суммы в 2,25 раза больше самого числа.

Найдите это число.

Решение: $\overline{ab} = 10a + b$.

$$\begin{cases} 10a + b = 4(a + b) \\ (a + b)^2 = 2,25(10a + b) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2a \\ (a + b)^2 = 2,25 \cdot (10a + b) \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b = 2a \\ (3a)^2 = 2,25 \cdot 12a \end{cases}$$

$$9a^2 = 27a \Rightarrow a = 3 \text{ (так как } a \neq 0), b = 6.$$

Ответ: 36.

V. Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей

Элементы комбинаторики

Поочередный выбор (т. е. выбор с учетом порядка)

Пусть из общего количества n объектов необходимо отобрать группу из m объектов с учетом порядка их следования. Каждый способ выбора этих объектов называется *размещением без повторения*. Количество различных способов такого выбора:

$$A_n^m = n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot (n-(m-1)) = \frac{n!}{(n-m)!}.$$

В частности, если $m = n$ и подобный выбор идентичен расположению n объектов в определенном порядке следования друг за другом, то способы такого расположения называются *перестановками* и общее число перестановок равно:

$$P_n = n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot 1 = n!$$

Пусть теперь n – количество различных видов объектов, и нам нужно отобрать m объектов с учетом порядка их следования, при этом объект каждого вида можно использовать несколько раз. Такие способы выбора называются *размещениями с повторениями*, и их количество равно:

$$\bar{A}_n^m = n^m$$

Одновременный выбор (т. е. выбор без учета порядка)

Пусть из общего количества n объектов необходимо отобрать группу из m объектов без учета порядка их следования. Каждый способ выбора этих объектов называется *сочетанием*. Количество различных способов такого выбора:

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}.$$

Бином Ньютона:

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + \dots + C_n^k a^{n-k} b^k + \dots + C_n^n b^n.$$

Числа сочетаний C_n^k называют также *биномиальными коэффициентами*.

Элементы теории вероятностей

Событие, являющееся результатом некоторого испытания (эксперимента), которое при выполнении некоторого набора условий может как произойти, так и не произойти, называется *случайным событием* (обычно обозначаются латинскими буквами A, B, C, \dots). Событие, которое в результате испытания наступит обязательно, называют *достоверным* (обозначается Ω); событие, которое никогда не может наступить – *невозможным* (обозначается \emptyset).

Сумма двух событий A и B – это событие $C = A + B = \{\text{произойдет хотя бы одно из событий } A; B\}$.

Произведение событий A и B – это событие $C = A \cdot B = \{\text{произойдет и событие } A \text{ и событие } B\}$.

Событие $\bar{A} = \{\text{событие } A \text{ не произойдет}\}$ называется *противоположным* событию A .

События A и B называются *несовместными*, если в данном испытании они не могут наступить одновременно, т. е. $A \cdot B = \emptyset$.

События A и B называются *независимыми*, если наступление одного из них в данном испытании никак не влияет на наступление другого. В противоположном случае события называются *зависимыми*.

Вероятность – это числовая характеристика степени объективной возможности наступления данного события.

Классическое определение вероятности. Пусть достоверное событие $\Omega = A_1 + A_2 + \dots + A_n$, где $A_i (i = 1, 2, \dots, n)$ – элементарные, равновозможные и попарно несовместные события. Тогда вероятность события A равна отношению числа m элементарных событий, благоприятствующих событию A , к числу n всех равновозможных элементарных событий:

$$P(A) = \frac{m}{n}.$$

Теорема сложения вероятностей

$$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(AB).$$

В частности,

1. если A и B несовместные события, то $P(A + B) = P(A) + P(B)$;
2. $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$.

Теорема умножения вероятностей

$$P(AB) = P(A)P(B|A) = P(B)P(A|B),$$

где $P(A|B)$ – вероятность события A , найденная при условии того, что событие B уже наступило (так называемая *условная вероятность*).

В частности, если события A и B независимы, то $P(AB) = P(A)P(B)$.

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

І. Числа и выражения

1. Выражения, преобразования выражений

- 1) Вычислите значение выражения $2ab - 3b$ при $a = 2, b = 3$.
- 2) Вычислите значение выражения $3ab + 2b$ при $a = -1, b = 1$.
- 3) Вычислите значение выражения $ab - 4a$ при $a = 2, b = -1$.
- 4) Вычислите значение выражения $2a + 3ab$ при $a = -1, b = 0$.
- 5) Вычислите значение выражения $ba - 3a + 1$ при $a = 1, b = 2$.
- 6) Вычислите значение выражения $2ab + 3b - 1$ при $a = 2, b = -1$.
- 7) Вычислите значение выражения $a - 4ab + 2$ при $a = 0, b = -3$.
- 8) Вычислите значение выражения $a + 2b - ab$ при $a = 1, b = -3$.
- 9) Вычислите значение выражения $ab - 4a - 2b$ при $a = 4, b = -1$.
- 10) Вычислите значение выражения $a + ab + b$ при $a = 1, b = -1$.
- 11) Вычислите значение выражения $2,1 \cdot 3,2 - 2,1 \cdot 1,2 + 1$.
- 12) Вычислите значение выражения $1,7 \cdot 2,5 + 1,7 \cdot 3,5 - 2$.
- 13) Вычислите значение выражения $2,3 \cdot 1,5 - 2,3 \cdot 0,5 - 1$.
- 14) Вычислите значение выражения $3,1 \cdot 1,4 - 3,1 \cdot 2,4 + 2$.
- 15) Вычислите значение выражения $2,5 \cdot 3,7 + 2,5 \cdot 2,3 - 10$.
- 16) Вычислите значение выражения $1,2 \cdot 2,1 - 1,2 \cdot 3,1 + 1$.

- 17) Вычислите значение выражения $0,8 \cdot 3,9 + 0,8 \cdot 4,1 - 2$.
- 18) Вычислите значение выражения $0,4 \cdot 2,3 + 0,4 \cdot 3,7 - 4$.
- 19) Вычислите значение выражения $0,9 \cdot 1,3 + 0,9 \cdot 3,7 - 2$.
- 20) Вычислите значение выражения $1,8 \cdot 2,4 - 1,8 \cdot 4,4 + 1$.
- 21) Упростите выражение $2x - (3x + y) + 2(y + 1) + x$.
- 22) Упростите выражение $x - (2x - 3y) - 3(y - 1) + 2x$.
- 23) Упростите выражение $x + (5y - x - 1) - 2x - 5(y + 2)$.
- 24) Упростите выражение $3x - y - 4(y + x) + 5(y - 3)$.
- 25) Упростите выражение $2(y - 2x) + 4(x - 2y) - 3(y - 1)$.
- 26) Упростите выражение $y - 2(x + 2y) + 3(y + x) - 2$.
- 27) Упростите выражение $2y + 3(y - 4x) + 4(3x + 2) - 1$.
- 28) Упростите выражение $y + 2(x - 2y) + 3(y - 2) - x$.
- 29) Упростите выражение $2y - 2(x - 3y) - 4(2y - x) + 2$.
- 30) Упростите выражение $y + 2(3 - 4x) - (x + y) - 1$.

2. Степень с натуральным показателем, ее свойства

31) Найдите значение выражения $2^2 - (-3)^3 + 4^2$.

32) Найдите значение выражения $3^2 - (-2)^2 - 1^3$.

33) Найдите значение выражения $2^3 + (-4)^2 - 3^3$.

34) Найдите значение выражения $3^4 - 2^3 + 3^2$.

35) Найдите значение выражения $(-2)^4 - (-3)^2 + 4^1$.

36) Упростите выражение $4x^2 \cdot x^3 - 2x^6 : x$.

37) Упростите выражение $3x^7 : x - 2x^2 \cdot x^4$.

38) Упростите выражение $x^3 \cdot x^5 - 2x^9 : x$.

39) Упростите выражение $x \cdot x^4 - 3x^7 : x^2$.

40) Упростите выражение $x^9 : x^4 - 2x \cdot x^4$.

41) Упростите выражение $(xy^2)^2 : (xy)$.

42) Упростите выражение $(xy)^3 : (x^2y)$.

43) Упростите выражение $(xy)^4 : (x^2y)^2$.

44) Упростите выражение $(xy^3)^3 : (xy^2)^3$.

45) Упростите выражение $(x^4y)^3 : (x^2y)^2$.

46) Упростите выражение $\left((xy^2)^3\right)^4$.

47) Упростите выражение $\left((x^2y)^2\right)^3$.

48) Упростите выражение $\left((xy)^2\right)^5$.

49) Упростите выражение $\left((xy^3)^2\right)^6$.

50) Упростите выражение $\left((xy^2)^3\right)^5$.

3. Одночлены, многочлены

Приведите одночлен к стандартному виду:

51) $2ab \cdot (-3)(ab)^2$.

52) $(-2) \cdot a^2 \cdot (-3)(b)^3$.

53) $(ab^2)^2 \cdot (-4a)^2$.

54) $b \cdot (-3a)^3 \cdot a^2$.

55) $ab \cdot (-2) \cdot (4a)^3$.

56) $3a \cdot (-2b)^2 \cdot 3b$.

57) $2ab \cdot (-4) \cdot (3a)^2$.

58) $3a \cdot (-2) \cdot (2b)^3$.

59) $ab \cdot 4a \cdot (-3b)^3$.

60) $(2ab)^2 \cdot (-3) \cdot b$.

61) Упростите выражение $x(x-1)^2 - x^3$.

62) Упростите выражение $x^2(x+1)^2 - x^4 - 2x^3$.

63) Упростите выражение $(x-1)(x^2-1) - x^3$.

64) Упростите выражение $(x+2)(x+1)^2 - x^3$.

65) Упростите выражение $(x-2)(x+3) - (x-1)x$.

66) Упростите выражение $x^2(x-2)^2 - x^4$.

67) Упростите выражение $(x+3)(x-4)^2 - x^3$.

68) Упростите выражение $(x-2)(x+4) - x^2$.

69) Упростите выражение $(x-1)(x+3)^2 - x^3$.

70) Упростите выражение $x^3 - (x+1)^2x$.

71) Разложите многочлен $3x^2 - 2xy - y(3x - 2y)$ на множители.

72) Разложите многочлен $2xy + 3x + 2y^2 + 3y$ на множители.

73) Разложите многочлен $xy - y^2 - x^2 + y^2$ на множители.

74) Разложите многочлен $2x^3 - 16 - x^2 + 4$ на множители.

75) Разложите многочлен $x^3 + 8 - x^2 - 2x$ на множители.

76) Разложите многочлен $x^2 - 4x - (x - 4)^2$ на множители.

77) Разложите многочлен $2x^2y^2 - 3y^2 - 2x^3 + 3x$ на множители.

78) Разложите многочлен $y - 4xy - 1 + 16x^2$ на множители.

79) Разложите многочлен $2xy - 2y - x^2 + 2x - 1$ на множители.

80) Разложите многочлен $y^2 - x^2 - y^3 + x^3$ на множители.

4. Рациональные дроби и их свойства

81) Сократите дробь $\frac{x^2 - 4}{x + 2}$.

82) Сократите дробь $\frac{x^2 - 9}{x - 3}$.

83) Сократите дробь $\frac{x^2 - 4}{x - 2}$.

84) Сократите дробь $\frac{x^2 - 16}{x + 4}$.

85) Сократите дробь $\frac{x^2 - 25}{x - 5}$.

86) Сократите дробь $\frac{x^3 - 1}{x - 1}$.

87) Сократите дробь $\frac{x^3 - 1}{x^2 + x + 1}$.

88) Сократите дробь $\frac{x^3 - 8}{x - 2}$.

- 89) Сократите дробь $\frac{x^3 - 8}{x^2 + 2x + 4}$.
- 90) Сократите дробь $\frac{x^3 - 27}{x - 3}$.
- 91) Сократите дробь $\frac{x^3 + 1}{x + 1}$.
- 92) Сократите дробь $\frac{x^3 + 8}{x^2 - 2x + 4}$.
- 93) Сократите дробь $\frac{x^3 + 8}{x + 2}$.
- 94) Сократите дробь $\frac{x^3 + 27}{x + 3}$.
- 95) Сократите дробь $\frac{x^3 + 27}{x^2 - 3x + 9}$.
- 96) Сократите дробь $\frac{x^2 - 2x + 1}{x - 1}$.
- 97) Сократите дробь $\frac{x^2 + 2x + 1}{x + 1}$.
- 98) Сократите дробь $\frac{x^2 + 6x + 9}{x + 3}$.
- 99) Сократите дробь $\frac{x^2 - 4x + 4}{x - 2}$.
- 100) Сократите дробь $\frac{x^2 - 8x + 16}{x - 4}$.
- 101) Сократите дробь $\frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 4}$.
- 102) Сократите дробь $\frac{x^2 + 6x + 9}{x^2 - 9}$.
- 103) Сократите дробь $\frac{x^3 - 8}{x^2 - 4}$.

- 104) Сократите дробь $\frac{x^3 + 27}{x^2 - 9}$.
- 105) Сократите дробь $\frac{x^3 - 1}{(x - 1)^2}$.
- 106) Сократите дробь $\frac{(x - 2)^2(x^2 - 9)}{(x^2 - 4)(x + 3)^2}$.
- 107) Сократите дробь $\frac{(x - 1)^2(x^2 - 4)}{(x^3 - 8)(x^2 - 1)}$.
- 108) Сократите дробь $\frac{(x - 2)^2(x^3 - 1)}{(x^2 + x + 1)(x^2 - 4)}$.
- 109) Сократите дробь $\frac{(x - 3)^2(x^3 - 8)}{(x^2 - 4)(x^2 - 9)}$.
- 110) Сократите дробь $\frac{(x^2 - 16)(x^3 + 1)}{(x^2 - x + 1)(x + 4)^2}$.
- 111) Упростите выражение $\frac{x^2 - 4x}{y} \cdot \frac{2xy}{x^2 - 16}$.
- 112) Упростите выражение $\frac{x^2 - x}{2y} \cdot \frac{y}{x - 1}$.
- 113) Упростите выражение $\frac{x^3 - 1}{y^2 - 4} \cdot \frac{y + 2}{x^2 + x + 1}$.
- 114) Упростите выражение $\frac{xy^2}{x^2 - 1} : \frac{2xy}{x - 1}$.
- 115) Упростите выражение $\frac{x^2y}{x^2 - 4} : \frac{yx^2}{x + 2}$.
- 116) Упростите выражение $\left(\frac{1}{x - 1} - \frac{1}{x + 1}\right) \cdot (x - 1)^2$.
- 117) Упростите выражение $\left(\frac{1}{x - 1} - \frac{1}{x + 1}\right) \cdot (x + 1)^2$.

118) Упростите выражение $\left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2}\right) \cdot (x+2)^2$.

119) Упростите выражение $\left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2}\right) \cdot (x-2)^2$.

120) Упростите выражение $\left(\frac{1}{x-3} - \frac{1}{x+3}\right) \cdot (x-3)^2$.

5. Квадратные корни

121) Найдите значение выражения $\sqrt{25} \cdot \sqrt{0,01} - \sqrt{36}$.

122) Найдите значение выражения $\sqrt{16} : \sqrt{0,01} + \sqrt{81}$.

123) Найдите значение выражения $(\sqrt{4} - \sqrt{16} \cdot \sqrt{1})^2$.

124) Найдите значение выражения $(\sqrt{4} + \sqrt{16} : \sqrt{0,25})^2$.

125) Найдите значение выражения $(\sqrt{36} - \sqrt{16} : \sqrt{\frac{1}{9}})^2$.

126) Найдите значение выражения $\sqrt{4 \cdot 36 \cdot 1}$.

127) Найдите значение выражения $\sqrt{9 \cdot 25 \cdot 81}$.

128) Найдите значение выражения $\sqrt{100 \cdot 121}$.

129) Найдите значение выражения $\sqrt{144 \cdot 9}$.

130) Найдите значение выражения $\sqrt{625 \cdot 4}$.

131) Найдите значение выражения $\sqrt{\frac{25 \cdot 4}{81}}$.

132) Найдите значение выражения $\sqrt{\frac{9 \cdot 16}{256}}$.

133) Найдите значение выражения $\sqrt{\frac{4 \cdot 121}{144}}$.

134) Найдите значение выражения $\sqrt{\frac{25 \cdot 9}{256}}$.

135) Найдите значение выражения $\sqrt{\frac{169 \cdot 9}{196}}$.

136) Упростите числовое выражение $\sqrt{4 - 2\sqrt{3}}$.

137) Упростите числовое выражение $\sqrt{6 + 2\sqrt{2}}$.

138) Упростите числовое выражение $\sqrt{6 - 2\sqrt{5}}$.

139) Упростите числовое выражение $\sqrt{11 + 4\sqrt{7}}$.

140) Упростите числовое выражение $\sqrt{12 + 6\sqrt{3}}$.

141) Упростите числовое выражение $\sqrt{4 - \sqrt{3}} \cdot \sqrt{4 + \sqrt{3}}$.

142) Упростите числовое выражение $\sqrt{8 - \sqrt{37}} \cdot \sqrt{8 + \sqrt{37}}$.

143) Упростите числовое выражение $\sqrt{3 - \sqrt{3}} \cdot \sqrt{3 + \sqrt{3}}$.

144) Упростите числовое выражение $\sqrt{9 - 2\sqrt{2}} \cdot \sqrt{9 + 2\sqrt{2}}$.

145) Упростите числовое выражение $\sqrt{10 - \sqrt{5}} \cdot \sqrt{10 + \sqrt{5}}$.

146) Упростите выражение $\frac{x^2 - 7}{x + \sqrt{7}} + \sqrt{7}$.

147) Упростите выражение $\frac{x^2 - 11}{x - \sqrt{11}} - \sqrt{11}$.

148) Упростите выражение $\frac{x^2 - 5}{x + \sqrt{5}} - x$.

149) Упростите выражение $\frac{x^2 - 12}{x - 2\sqrt{3}} - 2\sqrt{3}$.

150) Упростите выражение $\frac{x^2 - 8}{x + 2\sqrt{2}} + 2\sqrt{2}$.

6. Степень с целым показателем и ее свойства

- 151) Вычислите значение выражения $5^{-1} \cdot 25 + 3^{-1} \cdot 9$.
- 152) Вычислите значение выражения $2^{-2} \cdot 8 - 3^{-2} \cdot 27$.
- 153) Вычислите значение выражения $2^{-3} \cdot 64 - 5^{-1} \cdot 25$.
- 154) Вычислите значение выражения $3^{-1} \cdot 27 + 4^2 \cdot 4^{-3}$.
- 155) Вычислите значение выражения $3^{-2} \cdot 9^2 - 4^{-1} \cdot 36$.
- 156) Вычислите значение выражения $2^{-3} \cdot 8 - 10^{-1} \cdot 100$.
- 157) Вычислите значение выражения $3^{-4} \cdot 243 + 9^{-2} \cdot 81$.
- 158) Вычислите значение выражения $2^{-1} \cdot 6 - 6^{-1} \cdot 42$.
- 159) Вычислите значение выражения $3^{-2} \cdot 18 + 2^{-3} \cdot 16$.
- 160) Вычислите значение выражения $2^{-4} \cdot 8 - 4^{-1} \cdot 6$.
- 161) Упростите выражение $a^2 \cdot a^{-3} : a^{-4}$.
- 162) Упростите выражение $a^3 \cdot a^2 : a^{-1}$.
- 163) Упростите выражение $(a^2 : a^{-3}) \cdot a^4$.
- 164) Упростите выражение $a \cdot a^3 : a^{-6}$.
- 165) Упростите выражение $a^{-5} \cdot a^4 : a^{-3}$.
- 166) Упростите выражение $(a^7 : a^4) \cdot a^{-3}$.
- 167) Упростите выражение $(a^4 : a^3) \cdot a^{-4}$.
- 168) Упростите выражение $(a^3 \cdot a^{-5}) : a^2$.
- 169) Упростите выражение $(a^{-4} : a^{-5}) \cdot a^{-3}$.
- 170) Упростите выражение $(a \cdot a^{-4}) : a^{-3}$.
- 171) Упростите выражение $(a^{-1} + b^{-1}) : (a + b)$.

- 172) Упростите выражение $(a^{-1} - b^{-1}) : (a^2 - b^2)$.
- 173) Упростите выражение $(a^{-1} - b^{-1}) \cdot ab$.
- 174) Упростите выражение $(a^{-2} - b^{-2}) : (b - a)$.
- 175) Упростите выражение $(a^{-2} + b^{-2}) \cdot a^2 b^2$.
- 176) Упростите выражение $(a^{-2} - b^{-2}) \cdot a^2 b^2$.
- 177) Упростите выражение $(a^{-3} - b^{-3}) : (a^2 + ab + b^2)$.
- 178) Упростите выражение $(a^{-3} - b^{-3}) \cdot \frac{ab}{a-b}$.
- 179) Упростите выражение $(a^{-3} + b^{-3}) : (a^2 - ab + b^2)$.
- 180) Упростите выражение $(a^{-3} + b^{-3}) : (a + b)$.

7. Корень n -й степени, степень с рациональным показателем и их свойства

- 181) Найдите значение выражения $\sqrt[3]{8 \cdot 27}$.
- 182) Найдите значение выражения $\sqrt[3]{64 \cdot 8}$.
- 183) Найдите значение выражения $\sqrt[3]{125 \cdot 27}$.
- 184) Найдите значение выражения $\sqrt[4]{16 \cdot 81}$.
- 185) Найдите значение выражения $\sqrt[4]{81 \cdot 625}$.
- 186) Найдите значение выражения $\sqrt[3]{\frac{27}{64}}$.
- 187) Найдите значение выражения $\sqrt[3]{\frac{8}{27}}$.
- 188) Найдите значение выражения $\sqrt[3]{\frac{125}{64}}$.
- 189) Найдите значение выражения $\sqrt[4]{\frac{81}{16}}$.

190) Найдите значение выражения $\sqrt[4]{\frac{16}{625}}$.

191) Упростите выражение $(\sqrt[3]{ab^{-1}})^3 \cdot b^3$.

192) Упростите выражение $(\sqrt[4]{a} \cdot a^{\frac{1}{4}})^2 (b^{\frac{1}{3}})^6$.

193) Упростите выражение $(a^{\frac{1}{3}} b^{\frac{1}{2}})^6$.

194) Упростите выражение $(a^{\frac{1}{4}} \sqrt[3]{b})^{12} \cdot a^3$.

195) Упростите выражение $(a^{\frac{1}{5}} b^{-1})^{-5} \cdot b^{-5}$.

196) Упростите выражение $(a^2 b^{\frac{1}{3}})^2 \cdot b^{\frac{1}{3}}$.

197) Упростите выражение $(ab^{\frac{1}{4}})^2 \cdot \sqrt{b}$.

198) Упростите выражение $(\sqrt{ab})^{-1} \cdot a^2 b^{\frac{1}{2}}$.

199) Упростите выражение $(ab^{-3})^{\frac{1}{3}} \cdot b^{-1}$.

200) Упростите выражение $(ab^{-2})^{\frac{1}{4}} \cdot \sqrt{b}$.

II. Уравнения и неравенства

1. Уравнения с одной переменной

201) Решите уравнение $2x - 3 = 5 - 2x$.

202) Решите уравнение $2x + 1 = 3 - x$.

203) Решите уравнение $x - 4 = 2 - 3x$.

204) Решите уравнение $2x + 5 = 5 - x$.

205) Решите уравнение $x - 4 = 4 - x$.

206) Решите уравнение $2x - 8 = 11 - 3x$.

207) Решите уравнение $17x + 11 = 6 + 12x$.

208) Решите уравнение $11x - 4 = 4 - x$.

209) Решите уравнение $x - 8 = 11 - 12x$.

210) Решите уравнение $2x - 4 = 5 - x$.

211) Решите уравнение $\frac{x}{2} - \frac{3x-2}{4} = 3$.

212) Решите уравнение $\frac{2x-1}{3} + \frac{x+1}{2} = 2$.

213) Решите уравнение $\frac{x-1}{3} - \frac{x}{4} = 1$.

214) Решите уравнение $\frac{x}{2} + \frac{3x-2}{5} = 4$.

215) Решите уравнение $\frac{x-1}{4} + \frac{2x+1}{3} = 5$.

216) Решите уравнение $\frac{2x-1}{2} + \frac{3x+2}{3} = \frac{x+1}{4}$.

217) Решите уравнение $\frac{2x+2}{5} - \frac{x-4}{3} = \frac{x-2}{4}$.

218) Решите уравнение $\frac{x}{2} - \frac{x}{3} = \frac{3x+11}{4}$.

219) Решите уравнение $\frac{x}{3} + \frac{x+2}{5} = \frac{x-4}{2}$.

220) Решите уравнение $\frac{2x+3}{5} = \frac{x}{4} - \frac{2x+3}{6}$.

2. Системы линейных уравнений

221) Решите систему линейных уравнений $\begin{cases} 2x - y = 1 \\ x + y = 2 \end{cases}$.

222) Решите систему линейных уравнений $\begin{cases} x - y = 3 \\ 2x + 2y = 4 \end{cases}$.

223) Решите систему линейных уравнений $\begin{cases} x - 2y = 1 \\ 2x - y = 2 \end{cases}$.

224) Решите систему линейных уравнений $\begin{cases} 3x + y = 0 \\ 2x - y = 5 \end{cases}$.

225) Решите систему линейных уравнений $\begin{cases} x - y = -1 \\ y - 2x = 3 \end{cases}$.

226) Решите систему линейных уравнений $\begin{cases} \frac{x}{2} - y = 3 \\ 2x - 3y = 4 \end{cases}$.

227) Решите систему линейных уравнений $\begin{cases} x + \frac{y}{3} = 1 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$.

228) Решите систему линейных уравнений $\begin{cases} x - y = 3 \\ \frac{x}{3} - \frac{y}{2} = 2 \end{cases}$.

229) Решите систему линейных уравнений $\begin{cases} 2x + \frac{y}{4} = 1 \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 2 \end{cases}$.

230) Решите систему линейных уравнений $\begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{y}{4} = 1 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$.

3. Квадратные уравнения

231) Решите уравнение $x^2 - 2x - 1 = 0$.

232) Решите уравнение $x^2 + x - 4 = 0$.

233) Решите уравнение $x^2 - x - 1 = 0$.

234) Решите уравнение $x^2 + 2x - 4 = 0$.

235) Решите уравнение $x^2 + 3x - 5 = 0$.

236) Решите уравнение $2x^2 - x - 1 = 0$.

237) Решите уравнение $2x^2 + x - 4 = 0$.

238) Решите уравнение $3x^2 - 2x - 3 = 0$.

239) Решите уравнение $3x^2 + x - 1 = 0$.

240) Решите уравнение $5x^2 - x - 1 = 0$.

241) Найдите сумму квадратов корней уравнения

$$2x^2 + 3x - 4 = 0.$$

242) Найдите сумму квадратов корней уравнения

$$2x^2 - x - 1 = 0.$$

243) Найдите сумму квадратов корней уравнения

$$x^2 + x - 4 = 0.$$

244) Найдите сумму квадратов корней уравнения

$$2x^2 + 3x - 2 = 0.$$

245) Найдите сумму квадратов корней уравнения

$$x^2 - x - 6 = 0.$$

246) Найдите сумму квадратов корней уравнения

$$x^2 - x - 4 = 0.$$

247) Найдите сумму квадратов корней уравнения

$$2x^2 + 3x + 1 = 0.$$

248) Найдите сумму квадратов корней уравнения $2x^2 - x - 4 = 0$.

249) Найдите сумму квадратов корней уравнения $x^2 + 3x - 5 = 0$.

250) Найдите сумму квадратов корней уравнения $x^2 - 3x - 3 = 0$.

251) Найдите сумму кубов корней уравнения $x^2 - x - 5 = 0$.

252) Найдите сумму кубов корней уравнения $x^2 + 2x - 4 = 0$.

253) Найдите сумму кубов корней уравнения $2x^2 - x - 1 = 0$.

254) Найдите сумму кубов корней уравнения $2x^2 + x - 3 = 0$.

255) Найдите сумму кубов корней уравнения $3x^2 + 2x - 1 = 0$.

256) Решите уравнение $\frac{x}{2} + \frac{1}{x} = 4$.

257) Решите уравнение $\frac{x}{3} + \frac{2}{x} = 5$.

258) Решите уравнение $\frac{x}{5} + \frac{1}{x} = 4$.

259) Решите уравнение $\frac{x}{3} - \frac{2}{x} = 1$.

260) Решите уравнение $\frac{x}{2} - \frac{1}{x} = 3$.

4. Неравенства с одной переменной и их системы

261) Решите неравенство $2x - 3 \leq 3 - x$.

262) Решите неравенство $2x + 1 \geq x - 2$.

263) Решите неравенство $x - 1 < 3x + 1$.

264) Решите неравенство $2x + 2 > x - 3$.

265) Решите неравенство $x - 4 \leq 2x + 5$.

266) Решите систему неравенств
$$\begin{cases} 2x + 2 \leq x - 4 \\ x + 5 \geq 2x - 1 \end{cases}$$

267) Решите систему неравенств
$$\begin{cases} x - 1 \leq 3x + 2 \\ 2x - 4 \leq x \end{cases}$$

268) Решите систему неравенств
$$\begin{cases} x + 1 \leq 2x - 1 \\ x + 3 \geq 3x - 2 \end{cases}$$

269) Решите систему неравенств
$$\begin{cases} 2x + 4 < x - 1 \\ x > 3x - 5 \end{cases}$$

270) Решите систему неравенств
$$\begin{cases} 2x + 5 \geq x - 4 \\ x - 1 < 2x + 3 \end{cases}$$

271) Решите неравенство $x^2 - 5x + 4 \geq 0$.

272) Решите неравенство $x^2 + 2x - 3 \leq 0$.

273) Решите неравенство $x^2 - x - 2 > 0$.

274) Решите неравенство $2x^2 - x - 1 < 0$.

275) Решите неравенство $x^2 + x - 6 \geq 0$.

276) Решите неравенство $\frac{x^2 - 5x + 4}{x + 2} < 0$.

277) Решите неравенство $\frac{x^2 - x - 2}{x + 1} \geq 0$.

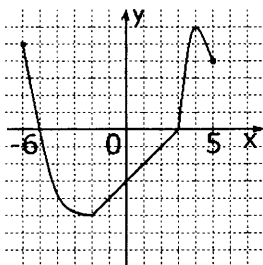
278) Решите неравенство $\frac{x^2 - 2x - 3}{2x - 1} < 0$.

279) Решите неравенство $\frac{2x^2 - x - 1}{x + 2} \leq 0$.

280) Решите неравенство $\frac{x^2 + 2x - 3}{x - 4} < 0$.

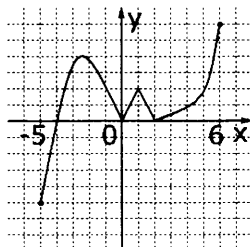
III. Функции

281) Функция $y = f(x)$ задана на промежутке $[-6; 5]$. Укажите промежуток, которому принадлежат все нули функции.



- 1) $[-5; 3]$;
- 2) $(-5; 3]$;
- 3) $[3; 5]$;
- 4) $[-2; 1)$.

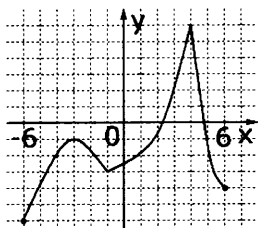
282) Функция $y = f(x)$ задана на промежутке $[-5; 6]$. Укажите промежуток, которому не принадлежит ни одного экстремума функции.



- 1) $[-5; 6]$;
- 2) $(-5; 0)$;
- 3) $(3; 5]$;
- 4) $[-4; 1)$.

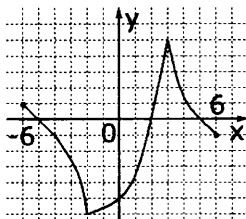
283) Функция $y = f(x)$ задана на промежутке $[-6; 6]$. Укажите промежуток, которому принадлежит только один экстремум функции.

- 1) $[-5; -2]$;
- 2) $(-2; 6)$;
- 3) $(0; 2]$;
- 4) $[-6; 5]$.



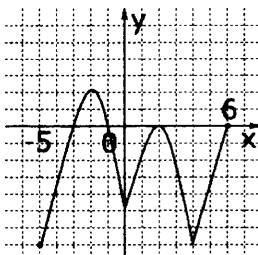
284) Функция $y = f(x)$ задана на промежутке $[-6; 6]$. Укажите промежуток, которому принадлежит только один ноль функции.

- 1) $[1; 3]$;
- 2) $[1; 6)$;
- 3) $(-6; 3]$;
- 4) $(-6; 6)$.



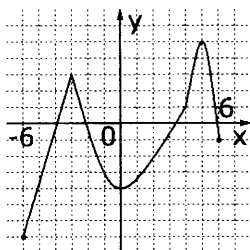
285) Функция $y = f(x)$ задана на промежутке $[-5; 6]$. Укажите промежуток, которому принадлежат все экстремумы функции.

- 1) $[-2; 4]$;
- 2) $[-3; 2]$;
- 3) $[-5; 3]$;
- 4) $(-1; 1)$.



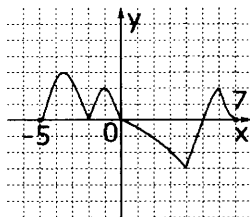
289) Функция $y = f(x)$ задана на промежутке $[-6; 6]$. Укажите промежуток, которому не принадлежит ни одного экстремума функции.

- 1) $[-6; 0]$;
- 2) $(0; 5]$;
- 3) $[-3; 6]$;
- 4) $(1; 4)$.

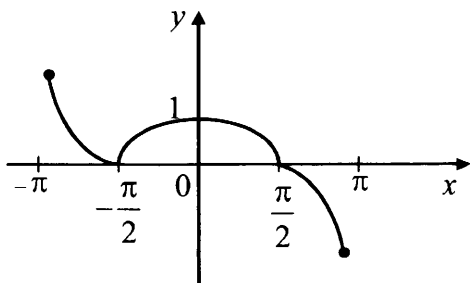


290) Функция $y = f(x)$ задана на промежутке $[-5; 7]$. Укажите промежуток, которому принадлежит только один экстремум функции.

- 1) $[-5; 0]$;
- 2) $(1; 5]$;
- 3) $[3; 6]$;
- 4) $(1; 7)$.



291)



Укажите промежуток возрастания функции $y = f(x)$, заданной графиком.

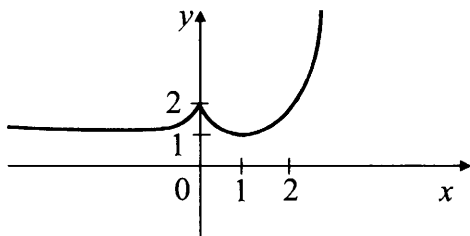
1) $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$;

3) $[0; \pi]$;

2) $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$;

4) $\left(-\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$; $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

292)



Укажите промежуток убывания функции $y = f(x)$, заданной графиком.

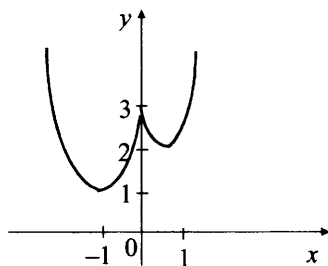
1) $(-\infty; 0] \cup [1; +\infty)$;

3) $[0; 1]$;

2) $(0; 2]$;

4) $[1; +\infty)$.

293)



Укажите промежутки убывания функции $y = f(x)$, заданной графиком.

1) $(-\infty; 0]$;

2) $[-1; 0]$; $[1; +\infty)$;

3) $[-1; 1]$;

4) $(-\infty; -1]$; $[0; 1]$.

298) Укажите промежуток, которому принадлежат все нули функции $f(x) = x + 3 - 4\sqrt{x}$.

- 1) (1; 9);
- 2) [9; 10);
- 3) [1; 9];
- 4) (1; 10).

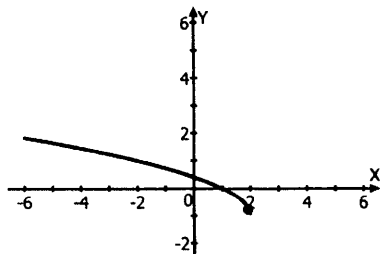
299) Укажите промежуток, которому принадлежит только один ноль функции $f(x) = \sqrt{2} - \sqrt{5x - 2}$.

- 1) (0,5; 0,6);
- 2) [0,8; 1);
- 3) (0,8; 1);
- 4) (-2; 0].

300) Укажите промежуток, которому принадлежит только один ноль функции $f(x) = 3x + 3 - 10\sqrt{x}$.

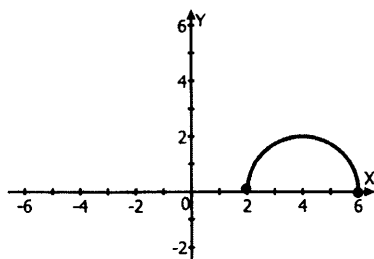
- 1) (0; 9);
- 2) (2; 3];
- 3) [0; 10);
- 4) [1; 8).

301) Функция задана графиком. Укажите область определения этой функции.



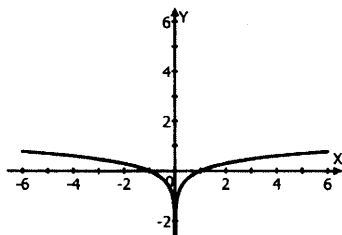
- | | |
|-------------|----------------------|
| 1) (-1; 2); | 3) $(-\infty; 2]$; |
| 2) [-1; 2); | 4) $[-1; +\infty)$. |

302) Функция задана графиком. Укажите область определения этой функции.



- | | |
|---------------|---------------|
| 1) $(0; 2)$; | 3) $[0; 2]$; |
| 2) $(2; 6)$; | 4) $[2; 6]$. |

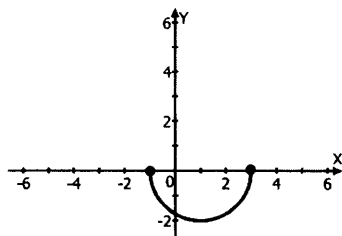
303) Функция задана графиком. Укажите область определения этой функции.



- | | |
|---------------------------------------|---------------------|
| 1) 0 ; | 3) $(0; +\infty)$; |
| 2) $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$; | 4) $(-\infty; 0)$. |

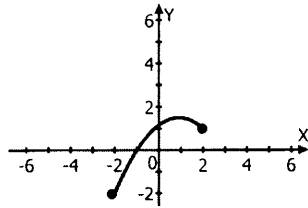
304) Функция задана графиком. Укажите область определения этой функции.

- 1) $[-2; 0]$;
- 2) $[-1; 0]$;
- 3) $[-1; 3]$;
- 4) $(-1; 3)$.



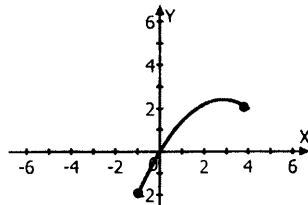
308) Функция задана графиком. Укажите область определения этой функции.

- 1) $[0; 1]$;
- 2) $[-1; 2]$;
- 3) $[-2; 1]$;
- 4) $[-2; 2]$.



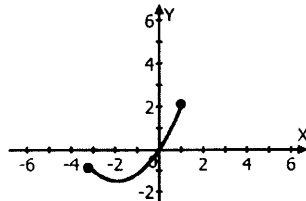
309) Функция задана графиком. Укажите область определения этой функции.

- 1) $[-1; 0]$;
- 2) $[-2; 2]$;
- 3) $[0; 4]$;
- 4) $[-1; 4]$.



310) Функция задана графиком. Укажите область определения этой функции.

- 1) $[-1; 2]$;
- 2) $[0; 1]$;
- 3) $[-3; 1]$;
- 4) $[-3; 0]$.



IV. Прогрессии и текстовые задачи

311) Найдите сумму восьми первых членов последовательности, у которых сумма любого числа членов равна квадрату этого числа.

312) Сумма первого и седьмого членов возрастающей арифметической прогрессии равна 14, а произведение третьего и шестого ее членов равно 10. Найдите сумму 8 первых членов этой прогрессии.

313) Найдите разность арифметической прогрессии, если известно, что сумма 9 ее первых членов равна 3069, а первый ее член равен 429.

314) Найдите первый член арифметической прогрессии, если известно, что сумма 11 ее первых членов равна 165, а ее разность равна 7.

315) Найдите разность арифметической прогрессии, если известно, что сумма 15 ее первых членов равна 3300, а первый ее член равен 311.

316) Найдите знаменатель бесконечной геометрической прогрессии, если известно, что ее сумма равна 18, а ее первый член равен 12.

317) Найдите первый член геометрической прогрессии, если известно, что сумма 6 первых ее членов равна 6552, а знаменатель равен 3.

318) Найдите знаменатель геометрической прогрессии, если известно, что сумма 4 ее первых членов равна 8736, а ее первый член равен 56.

319) Найдите третий член бесконечной геометрической прогрессии, если известно, что ее сумма равна 66, а ее первый член равен 33.

320) Найдите четвертый член геометрической прогрессии, если известно, что сумма 5 ее первых членов равна 713, а ее знаменатель равен 2.

321) Пятый член арифметической прогрессии равен 14, а сумма первых десяти членов этой же арифметической прогрессии равна 155. Найдите произведение третьего и пятого членов этой прогрессии.

322) Третий член арифметической прогрессии равен 5. А сумма первых десяти членов равна 75. Найдите сумму квадратов второго и четвертого членов этой арифметической прогрессии.

323) Первый член бесконечной убывающей геометрической прогрессии равен 8, а ее сумма равна 16. Найдите сумму третьего и четвертого членов этой геометрической прогрессии.

324) Третий член геометрической прогрессии с положительным знаменателем равен 9, а сумма первого члена со вторым равна 4. Найдите пятый член этой геометрической прогрессии.

325) В геометрической прогрессии с положительным знаменателем третий член равен 4, а пятый 16. Найдите сумму первых 10 членов этой геометрической прогрессии.

326) Восьмой член арифметической прогрессии равен 24, а пятый член этой же арифметической прогрессии равен 15. Найдите сумму первого и десятого членов этой прогрессии.

327) Пятнадцатый член арифметической прогрессии равен 37, а сумма пятого и шестого равна 36. Найдите произведение первых двух членов прогрессии.

328) Третий член арифметической прогрессии в три раза меньше шестого, а сумма второго и пятого равна 16. Определите первый член прогрессии.

329) Пятый член арифметической прогрессии равен 15, а сумма четвертого и одиннадцатого членов равна 40. Найдите произведение второго и третьего членов прогрессии.

330) Сумма первых пяти членов арифметической прогрессии равна 240, а сумма первых десяти членов этой прогрессии равна 555. Найдите сумму второго, шестого и седьмого членов этой прогрессии.

331) Сколько граммов воды нужно выпарить из 0,5 кг солевого раствора, содержащего 85% воды, чтобы получить массу с содержанием 75% воды?

332) В двух канистрах находится 90 л бензина. Если из первой канистры перелить во вторую 10% бензина, находящегося в первой канистре, то в обеих канистрах будет поровну. Сколько литров бензина в каждой канистре?

333) Насос может выкачать из бассейна $\frac{1}{3}$ воды за 10 мин. Проработав 0,25 ч, насос остановился. Найдите вместимость бассейна, если после остановки насоса в бассейне еще осталось 40 м^3 воды.

334) Велосипедист проехал расстояние между двумя поселками за 3 дня. В первый день он проехал $\frac{1}{6}$ всего пути и еще 50 км, во второй $\frac{1}{5}$ всего пути и еще 15 км, а в третий день $\frac{1}{20}$ всего пути и оставшиеся 70 км. Найдите расстояние между поселками.

335) Вкладчик сначала снял со своего счета в сбербанке $\frac{1}{5}$ своих денег, потом $\frac{5}{16}$ оставшихся и еще 999 руб. После этого у него осталось на счете в сберкнижке $\frac{1}{4}$ всех денег. Каким был первоначальный вклад?

336) Группа школьников совершила поход во время летних каникул. Первые 50 км они проплыли на байдарках, $\frac{1}{5}$ оставшейся части маршрута прошли пешком, а затем опять плыли на байдарках. В итоге на байдарках проплыли в 6 раз больше, чем прошли пешком. Какова длина всего маршрута?

337) Насос может выкачать из бассейна $\frac{5}{6}$ воды за 4 ч 15 мин. До полудня насос работал 4,5 ч, после чего осталось выкачать еще 80 м^3 . Найдите объем бассейна.

338) На выпускном экзамене по математике 1440 школьников решили задачи с ошибками, 330 школьников, сдававших экзамен в этот день, не решили ни одной задачи, а число школьников, решивших все задачи правильно, относится к числу не решивших ни одной задачи, как 5:3. Сколько школьников экзаменовалось по математике в этот день?

339) Сумма квадратов цифр двузначного числа равна 61. Если от этого двузначного числа отнять 9, то получится число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке. Найдите число.

340) Заработные платы рабочего за январь и февраль относятся как 9:8, а за февраль и март – как 6:8. За март он получил на 450 руб. больше, чем за январь, и за перевыполнение квартального плана рабочему начислили премию в размере 20% его трехмесячного заработка. Найдите размер премии.

341) К 200 г раствора, содержащего 60% соли, добавили 300 г раствора, содержащего 50% той же соли. Сколько процентов соли содержится в получившемся растворе?

342) К 200 г раствора, содержащего 30% соли, добавили 400 г раствора, содержащего 75% той же соли. Сколько процентов соли содержится в получившемся растворе?

343) К 900 г раствора, содержащего 30% соли, добавили 300 г раствора, содержащего 90% соли. Сколько процентов соли содержится в получившемся растворе?

344) К 200 г раствора, содержащего 80% соли, добавили 300 г раствора, содержащего 40% той же соли. Сколько процентов соли содержится в получившемся растворе?

345) К 100 г раствора, содержащего 70% соли, добавили 300 г раствора, содержащего 50% той же соли. Сколько процентов соли содержится в получившемся растворе?

346) К 150 г раствора, содержащего 20% соли, добавили 350 г раствора, содержащего 40% той же соли. Сколько процентов соли содержится в получившемся растворе?

347) К 350 г раствора, содержащего 10% соли, добавили 450 г раствора, содержащего 50% соли. Сколько процентов соли содержится в получившемся растворе?

348) К 360 г раствора, содержащего 10% соли, добавили 440 г раствора, содержащего 50% той же соли. Сколько процентов соли содержится в получившемся растворе?

349) К 250 г раствора, содержащего 20% соли, добавили 150 г раствора, содержащего 60% той же соли. Сколько процентов соли содержится в получившемся растворе?

350) К 90 г раствора, содержащего 10% соли, добавили 160 г раствора, содержащего 35% той же соли. Сколько процентов соли содержится в получившемся растворе?

V. Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей

351) Из города А в город В ведут 3 дороги, а из города В в город С – 5 дорог. Сколькими способами можно из города А проехать в город С через город В?

352) В финале конкурса должны выступить 5 скрипачей. Порядок их выступления определяется честным жребием. Сколько существует вариантов жеребьевки?

353) Сколькими способами из класса в 25 учеников можно выбрать троих учеников для выступления на конкурсе школьной самодеятельности?

354) Сколько всего может существовать различных телефонных номеров в городе N, если известно, что все номера 5-значные и что телефонный номер не может начинаться с 0?

355) Сколькими способами учитель может выбрать двоих учеников из 20, если известно, что первый названный пойдет отвечать у доски, а второй пойдет за мелом?

356) Симметричную монету бросают два раза. Найдите вероятность того, что решка выпадет хотя бы один раз.

357) Симметричную монету бросают 3 раза. Найдите вероятность, что орел не выпадет ни разу.

358) Игральный кубик бросают два раза. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет три очка. Ответ округлите до сотых.

359) На устном экзамене по литературе всего 45 вопросов. Иван не выучил 18 из них. Найдите вероятность того, что Ивану попадет вопрос, ответ на который он знает.

360) В среднем из 800 телевизоров, поступающих в продажу, 5 имеют скрытые дефекты. Какова вероятность купить в магазине полностью исправный телевизор?

361) Какова вероятность, что случайно выбранное трехзначное число делится нацело на 343? Ответ округлите до тысячных.

362) На турнире по настольному теннису всего 16 участников, из них 4 участника из России, в том числе Иван Петров. Перед началом первого тура все участники случайным образом разбиваются на пары с помощью жребия. Найдите вероятность, что в первом туре Иван Петров встретится с соперником не из России.

363) В классе 16 человек, среди них два закадычных друга – Андрей и Михаил. Класс случайным образом делят поровну на две группы. Найдите вероятность того, что Андрей и Михаил окажутся в одной группе. Ответ округлите до сотых.

364) За круглый стол на 11 стульев рассаживаются случайным образом 2 мальчика и 9 девочек. Найдите вероятность того, что мальчики будут в итоге сидеть через одну девочку друг от друга.

365) Стрелок попадает в мишень с вероятностью 0,8. Найдите вероятность того, что он поразит мишень хотя бы раз за 3 выстрела.

366) Вероятность того, что компьютер прослужит без поломок больше 6 лет, равна 0,2, а вероятность того, что он сломается в течение первых трех лет – 0,5. Найдите вероятность того, что компьютер проработает без поломок от 3 до 6 лет.

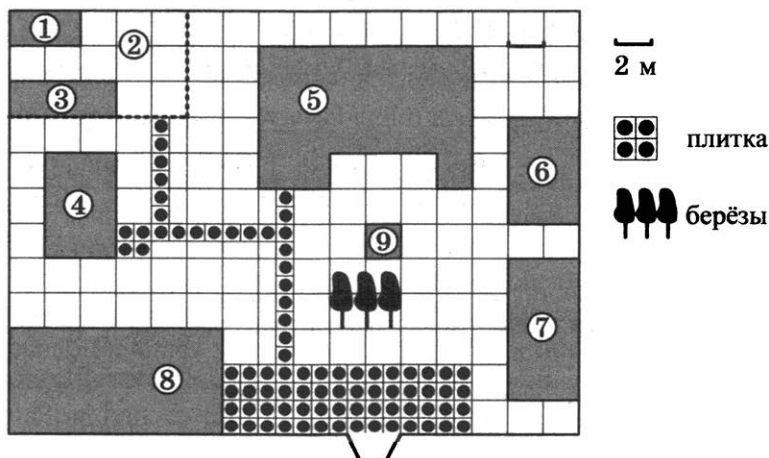
ВАРИАНТЫ ТИПОВЫХ ТЕСТОВЫХ ЗАДАНИЙ

ВАРИАНТ 1

ЧАСТЬ 1

Ответами к заданиям 1–20 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.



На плане изображено домохозяйство, находящееся по адресу: с. Малые Всегодичи, д. 26. Сторона каждой клеточки на плане равна 2 м. Участок имеет форму прямоугольника. Выезд и въезд осуществляются через единственные ворота.

При входе на участок справа от ворот находится коровник, а слева — курятник. Площадь, занятая курятником, равна 72 кв. м. Рядом с курятником расположен пруд площадью 24 кв. м.

Жилой дом расположен в глубине территории. Перед домом имеется фонтан, а между фонтаном и воротами — небольшая берёзовая рощица. Между жилым домом и коровником построена баня. За домом находится огород (его границы отмечены на плане пунктирной линией), на котором есть теплица, а также (в самом углу и огорода, и всего домохозяйства) — компостная яма.

Все дорожки внутри участка имеют ширину 1 м и вымощены тротуарной плиткой размером 1 м × 1 м. Между коровником и курятником имеется площадка площадью 56 кв. м, вымощенная такой же плиткой.

1. Сопоставьте объекты, указанные в таблице, с цифрами, которыми эти объекты обозначены на плане. Заполните таблицу, а в бланк ответов перенесите последовательность из пяти цифр.

Объекты	огород	пруд	фонтан	баня	жилой дом
Цифры					

Ответ: _____ .

2. Тротуарная плитка продаётся в упаковках по 4 штуки. Сколько упаковок понадобилось купить владельцам домохозяйства для того, чтобы выложить все дорожки и площадку между коровником и курятником?

Ответ: _____ .

3. Найдите площадь, которую занимает жилой дом. Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ: _____ .

4. Найдите расстояние от жилого дома до бани (расстояние между двумя ближайшими точками объектов по прямой).
 Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____ .

5. Владельцы домохозяйства планируют обновить всю тротуарную плитку (и дорожки, и площадку между коровником и курятником). В таблице представлены условия трёх поставщиков плитки.

Поставщик	Стоимость плитки (в рублях за 1 кв. м)	Доставка (в рублях)	Работы по демонтажу старой плитки и по укладке новой (в рублях)
1	270	4000	15000
2	280	3000	5000
3	300	2000	8000

Во сколько рублей обойдётся владельцам самый выгодный вариант?

Ответ: _____ .

6. Каждому выражению поставьте в соответствие его значение:

А. $3 - 2\frac{1}{3}$

1) 0,5

Б. $21 : 42$

2) 1,25

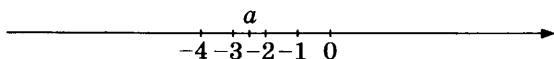
В. $1\frac{1}{2} - \frac{1}{4}$

3) $\frac{2}{3}$

Ответ:

А	Б	В

7. На координатной прямой отмечено число a .



Из следующих утверждений выберите верное.

1) $2 - a < 0$

3) $a + 3 < 0$

2) $|a| - 2 > 0$

4) $4 + 2a > 0$

Ответ: _____ .

8. Найдите значение выражения $\frac{(2\sqrt{3})^2}{6}$.

Ответ: _____ .

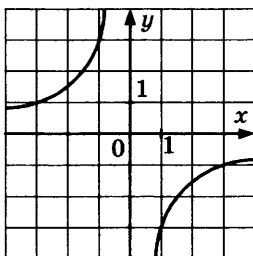
9. Найдите корни уравнения $(2x - 1)^2 = 3x^2 - 4x + 17$. Если корней несколько, в ответе укажите больший корень.

Ответ: _____ .

10. На научной конференции будут выступать 3 докладчика из Германии, 2 из России и 5 из Японии. Найдите вероятность того, что последним будет выступать докладчик из России, если порядок выступления определяется жребием.

Ответ: _____ .

11. Найдите значение k по графику функции $y = \frac{k}{x}$, изображённому на рисунке.



1) 3

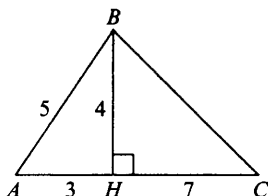
3) -3

2) $\frac{1}{3}$

4) $-\frac{1}{3}$

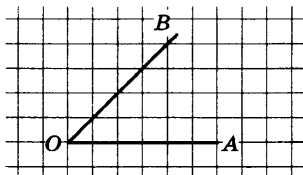
Ответ: _____ .

18. Найдите площадь треугольника, изображённого на рисунке.



Ответ: _____ .

19. Найдите синус угла AOB . В ответе укажите значение синуса, умноженное на $17\sqrt{2}$.



Ответ: _____ .

20. Укажите номера **верных** утверждений.

- 1) Вписанный угол, опирающийся на диаметр окружности, равен 90° .
- 2) Диагонали квадрата пересекаются под прямым углом.
- 3) Длина вектора равна квадратному корню из суммы его координат.
- 4) Гипотенуза длиннее катета.
- 5) Подобные треугольники равны.

Номера запишите в порядке возрастания без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____ .

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

ЧАСТЬ 2

При выполнении заданий 21–26 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

21. Решите неравенство $\frac{x^2 - 4x + 3}{x^4 - x^6} \leq 0$.
22. Из города A в город B , расстояние между которыми 400 км, выехал автобус. Через час вслед за ним выехал легковой автомобиль, скорость которого на 20 км/ч больше, чем скорость автобуса. В город B они въехали одновременно. Найдите скорость автобуса.
23. Постройте график функции $y = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{при } x < -1 \\ x & \text{при } x \geq -1 \end{cases}$ и определите, при каких значениях p прямая $y = p$ имеет с графиком ровно одну общую точку.
24. В треугольнике ABD угол B равен 90° , BH — перпендикуляр к AD , $\sin D = \frac{4}{7}$, $AB = \frac{7\sqrt{33}}{3}$. Найдите BH .
25. В прямоугольный треугольник ABC с прямым углом A и катетами $AB = 2$; $AC = 6$ вписан квадрат $ADEF$.
Докажите, что треугольники BDE и EFC подобны.
26. В прямоугольный треугольник ABC с прямым углом A и катетами $AB = 2$; $AC = 6$ вписан квадрат $ADEF$.
Найдите отношение площади треугольника EFC к площади квадрата $ADEF$.

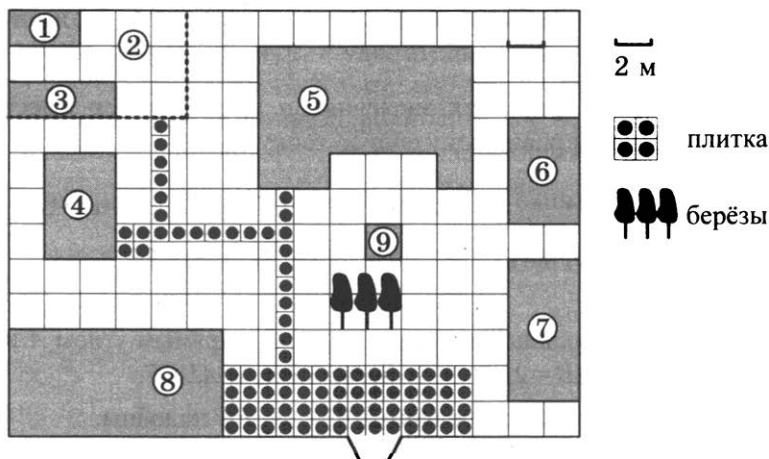
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

ВАРИАНТ 2

ЧАСТЬ 1

Ответами к заданиям 1–20 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.



На плане изображено домохозяйство, находящееся по адресу: с. Малые Всегодичи, д. 26. Сторона каждой клеточки на плане равна 2 м. Участок имеет форму прямоугольника. Выезд и въезд осуществляются через единственные ворота.

При входе на участок справа от ворот находится коровник, а слева — курятник. Площадь, занятая курятником, равна 72 кв. м. Рядом с курятником расположен пруд площадью 24 кв. м.

Жилой дом расположен в глубине территории. Перед домом имеется фонтан, а между фонтаном и воротами — небольшая берёзовая рощица. Между жилым домом и коровником построена баня. За домом находится огород (его границы отмечены на плане пунктирной линией), на котором есть теплица, а также (в самом углу и огорода, и всего домохозяйства) — компостная яма.

Все дорожки внутри участка имеют ширину 1 м и вымощены тротуарной плиткой размером 1 м × 1 м. Между коровником и курятником имеется площадка площадью 56 кв. м, вымощенная такой же плиткой.

1. Сопоставьте объекты, указанные в таблице, с цифрами, которыми эти объекты обозначены на плане. Заполните таблицу, а в бланк ответов перенесите последовательность из пяти цифр.

Объекты	пруд	теплица	жилой дом	огород	курятник
Цифры					

Ответ: _____ .

2. Тротуарная плитка продаётся в упаковках по 7 штук. Сколько упаковок понадобилось купить владельцам домохозяйства для того, чтобы выложить все дорожки и площадку между коровником и курятником?

Ответ: _____ .

3. Найдите площадь, которую занимает коровник. Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ: _____ .

4. Найдите расстояние от бани до коровника (расстояние между двумя ближайшими точками объектов по прямой).
Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____ .

5. Владельцы домохозяйства планируют обновить всю тротуарную плитку (и дорожки, и площадку между коровником и курятником). В таблице представлены условия трёх поставщиков плитки.

Поставщик	Стоимость плитки (в рублях за 1 кв. м)	Доставка (в рублях)	Работы по демонтажу старой плитки и по укладке новой (в рублях)
1	200	5600	4100
2	200	5000	4500
3	200	3000	7000

Во сколько рублей обойдётся владельцам самый выгодный вариант?

Ответ: _____ .

6. Найдите значение выражения $\frac{3,6 \cdot 2,2}{4,8}$.

Ответ: _____ .

7. О числах m , n , p и q известно, что $q > n$, $n = p$, $m < p$. Сравните числа q и m .

1) $q > m$

3) $q = m$

2) $q < m$

4) Сравнить невозможно

Ответ: _____ .

8. Найдите значение выражения $\frac{9\sqrt{7}}{\sqrt{21}} \cdot \sqrt{3}$.

Ответ: _____ .

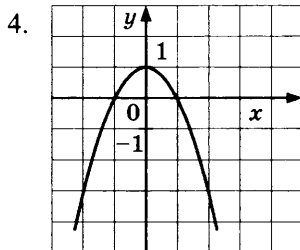
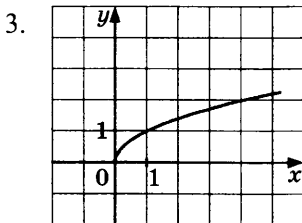
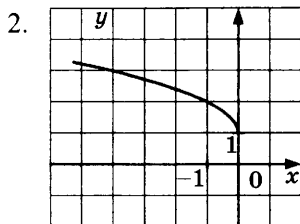
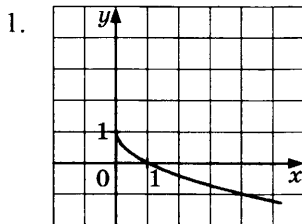
9. Найдите корни уравнения $x^2 + x = 0$. Если корней несколько, в ответе укажите больший корень.

Ответ: _____ .

10. Одновременно бросают две монеты. Найдите вероятность того, что на обеих монетах выпадет орёл.

Ответ: _____ .

11. На одном из рисунков изображён график функции $y = \sqrt{-x} + 1$. Укажите номер этого рисунка.



Ответ: _____ .

12. Дана арифметическая прогрессия 124; 100; 76... Найдите первый отрицательный член этой прогрессии.

Ответ: _____ .

13. Упростите выражение $a^3 - (a+1)^3 + 3a^2$ и найдите его значение при $a = -\frac{1}{3}$. В ответ запишите значение полученного выражения.

Ответ: _____ .

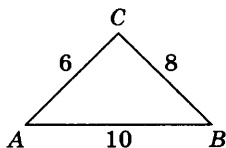
14. Чтобы перевести значение температуры по шкале Цельсия в шкалу Фаренгейта, пользуются формулой $F = 1,8 C + 32$, где C — градусы Цельсия, F — градусы Фаренгейта. Какая температура по шкале Цельсия соответствует 50° по шкале Фаренгейта?

Ответ: _____ .

15. Решите неравенство $2(x-1)(x+2) \leq 0$. В ответе укажите количество целых решений данного неравенства.

Ответ: _____ .

16. Найдите угол C треугольника. Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____ .

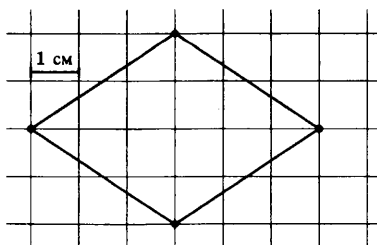
17. В треугольнике ABC угол C равен 90° , CH — высота, $AH = 4$, $CH = 3$. Найдите BC .

Ответ: _____ .

18. Найдите площадь треугольника, две стороны которого равны 11 и 14, а угол между ними равен 150° .

Ответ: _____ .

19. На клетчатой бумаге с клетками размером $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ изображен ромб. Найдите его площадь в квадратных сантиметрах.



Ответ: _____ .

20. Укажите номера **верных** утверждений.

- 1) Диагонали трапеции пересекаются под прямым углом.
- 2) В любой четырёхугольник можно вписать окружность.
- 3) Центр окружности, описанной около треугольника, находится в точке пересечения его высот.
- 4) Медиана — это отрезок, соединяющий вершину треугольника с серединой противоположной стороны.
- 5) Диагонали ромба равны.

Номера запишите в порядке возрастания без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____ .

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

ЧАСТЬ 2

При выполнении заданий 21–26 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

21. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ xy = 2 \end{cases} .$$

22. Двое рабочих могут выполнить всю работу за 2 часа 40 минут. За сколько часов выполнит всю работу второй рабочий, если известно, что он работает вдвое быстрее первого?
23. Постройте график функции $y = |2x - 5| + |2x + 8| + 4$ и определите, при каких значениях p прямая $y = p$ не имеет с графиком общих точек.
24. Площадь сектора круга радиуса 4 равна 8. Найдите длину его дуги.
25. В треугольник ABC вписана окружность радиуса r , касающаяся стороны AC в точке D , причём $AD = r$.
Докажите, что треугольник ABC прямоугольный.
26. В треугольник ABC вписана окружность радиуса r , касающаяся стороны AC в точке D , причём $AD = r$.
Вписанная окружность касается сторон AB и BC в точках M и N . Найдите площадь треугольника BMN , если известно, что $r = 1$ и $CD = 3$.

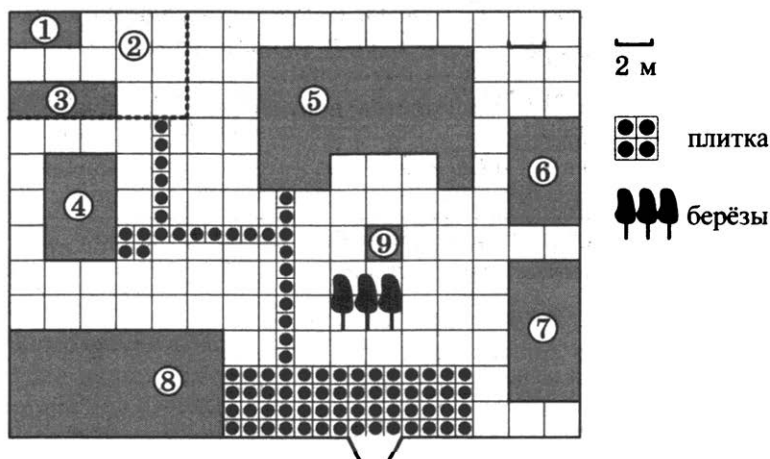
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

ВАРИАНТ 3

ЧАСТЬ 1

Ответами к заданиям 1–20 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.



На плане изображено домохозяйство, находящееся по адресу: с. Малые Всегодичи, д. 26. Сторона каждой клеточки на плане равна 2 м. Участок имеет форму прямоугольника. Выезд и въезд осуществляются через единственные ворота.

При входе на участок справа от ворот находится коровник, а слева — курятник. Площадь, занятая курятником, равна 72 кв. м. Рядом с курятником расположен пруд площадью 24 кв. м.

Жилой дом расположен в глубине территории. Перед домом имеется фонтан, а между фонтаном и воротами — небольшая берёзовая рощица. Между жилым домом и коровником построена баня. За домом находится огород (его границы отмечены на плане пунктирной линией), на котором есть теплица, а также (в самом углу и огорода, и всего домохозяйства) — компостная яма.

Все дорожки внутри участка имеют ширину 1 м и вымощены тротуарной плиткой размером 1 м × 1 м. Между коровником и курятником имеется площадка площадью 56 кв. м, вымощенная такой же плиткой.

1. Сопоставьте объекты, указанные в таблице, с цифрами, которыми эти объекты обозначены на плане. Заполните таблицу, а в бланк ответов перенесите последовательность из пяти цифр.

Объекты	компостная яма	баня	теплица	пруд	жилой дом
Цифры					

Ответ: _____ .

2. Тротуарная плитка продаётся в упаковках по 6 штук. Сколько упаковок понадобилось купить владельцам домохозяйства для того, чтобы выложить все дорожки и площадку между коровником и курятником?

Ответ: _____ .

3. Найдите площадь, которую занимает теплица. Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ: _____ .

4. Найдите расстояние от жилого дома до теплицы (расстояние между двумя ближайшими точками объектов по прямой). Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____ .

5. Владельцы домохозяйства планируют обновить всю тротуарную плитку (и дорожки, и площадку между коровником и курятником). В таблице представлены условия трёх поставщиков плитки.

Поставщик	Стоимость плитки (в рублях за 1 кв. м)	Доставка (в рублях)	Работы по демонтажу старой плитки и по укладке новой (в рублях)
1	300	5000	10 000
2	300	6000	12 250
3	320	бесплатно	6800

Во сколько рублей обойдётся владельцам самый выгодный вариант?

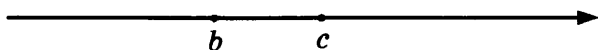
Ответ: _____ .

6. Какому из выражений равно произведение $0,3 \cdot 0,03 \cdot 0,003$?

1) $3 \cdot 10^{-6}$ 2) $2,7 \cdot 10^{-5}$ 3) $3 \cdot 10^{-5}$ 4) $9 \cdot 10^{-6}$

Ответ: _____ .

7. На координатной прямой изображены числа b и c . Какое из следующих неравенств неверно?



1) $b < c$ 2) $-b > -c$ 3) $\frac{b}{15} < \frac{c}{15}$ 4) $\frac{c}{-7} > \frac{b}{-7}$

Ответ: _____ .

8. Найдите значение выражения $\frac{13^{-5}}{13^{-7}}$.

Ответ: _____ .

9. Найдите корни уравнения $7 - 3(2 - x) = 5x - 2$.

Ответ: _____ .

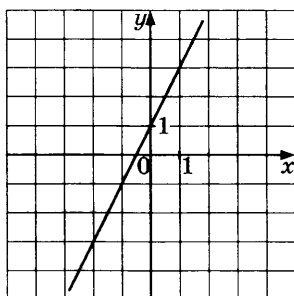
10. Из класса, в котором учатся 12 мальчиков и 8 девочек, выбирают по жребию одного дежурного. Найдите вероятность того, что дежурным окажется мальчик.

Ответ: _____ .

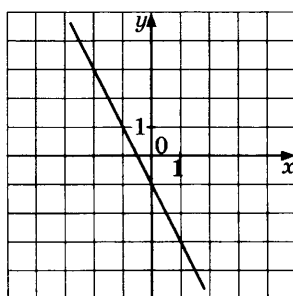
11. Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

ГРАФИКИ ФУНКЦИЙ

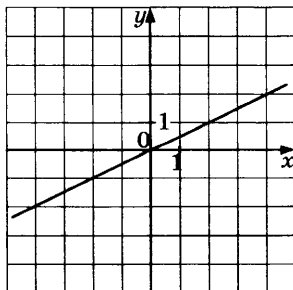
А)



Б)



В)



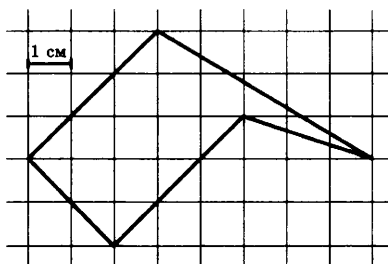
17. Найдите сторону AD четырёхугольника $ABCD$, если $AB = 3$, $BC = 4$, $CD = 5$ и известно, что в четырёхугольник $ABCD$ можно вписать окружность.

Ответ: _____ .

18. Найдите площадь равностороннего треугольника со стороной $\sqrt[4]{3}$.

Ответ: _____ .

19. Найдите площадь пятиугольника, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ: _____ .

20. Укажите номера **верных** утверждений.

- 1) Сумма углов прямоугольного треугольника равна 90° .
- 2) Площадь параллелограмма равна произведению его основания на высоту, опущенную на это основание.
- 3) Сумма двух сторон треугольника меньше третьей стороны.
- 4) Вписанный угол равен половине центрального, опирающегося на ту же дугу.
- 5) Площадь трапеции равна полусумме её оснований.

Номера запишите в порядке возрастания без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____ .

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

ЧАСТЬ 2

При выполнении заданий 21–26 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

21. Сократите дробь $\frac{216^{n-1}}{3 \cdot 6^n \cdot 2^{2n-1} \cdot 3^{2n+1}}$.
22. Двое рабочих могут выполнить всю работу за 1 час 20 минут. За сколько часов выполнит всю работу второй рабочий, если известно, что он работает вдвое быстрее первого?
23. Постройте график функции $y = |x - 4| + 7$ и определите, при каких значениях p прямая $y = p$ имеет с графиком ровно одну общую точку.
24. В равнобедренной трапеции диагонали перпендикулярны. Высота трапеции равна 16. Найдите её среднюю линию.
25. На катетах AC и BC прямоугольного треугольника ABC вне треугольника построены квадраты $ACDE$ и $BFKC$. Точка M — середина гипотенузы AB , H — точка пересечения прямых CM и DK .
Докажите, что $CM \perp DK$.
26. На катетах AC и BC прямоугольного треугольника ABC вне треугольника построены квадраты $ACDE$ и $BFKC$. Точка M — середина гипотенузы AB , H — точка пересечения прямых CM и DK .
Найдите MH , если катеты треугольника ABC равны 30 и 40.

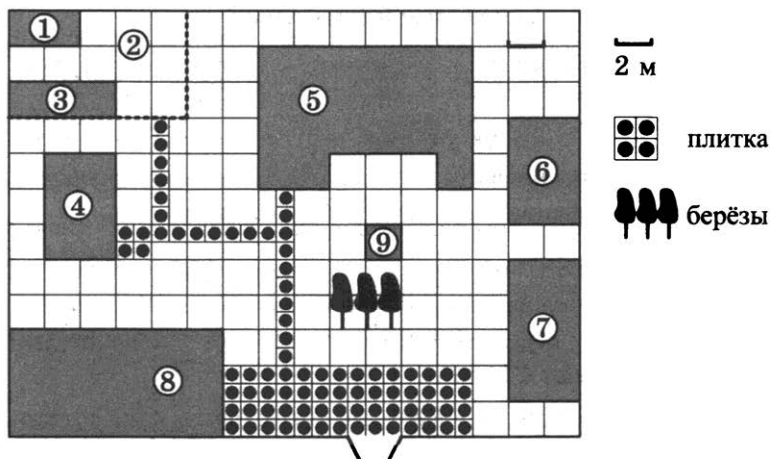
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

ВАРИАНТ 4

ЧАСТЬ 1

Ответами к заданиям 1–20 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.



На плане изображено домохозяйство, находящееся по адресу: с. Малые Всегодичи, д. 26. Сторона каждой клетки на плане равна 2 м. Участок имеет форму прямоугольника. Выезд и въезд осуществляются через единственные ворота.

При входе на участок справа от ворот находится коровник, а слева — курятник. Площадь, занятая курятником, равна 72 кв. м. Рядом с курятником расположен пруд площадью 24 кв. м.

Жилой дом расположен в глубине территории. Перед домом имеется фонтан, а между фонтаном и воротами — небольшая берёзовая рощица. Между жилым домом и коровником построена баня. За домом находится огород (его границы отмечены на плане пунктирной линией), на котором есть теплица, а также (в самом углу и огорода, и всего домохозяйства) — компостная яма.

Все дорожки внутри участка имеют ширину 1 м и вымощены тротуарной плиткой размером 1 м × 1 м. Между коровником и курятником имеется площадка площадью 56 кв. м, вымощенная такой же плиткой.

1. Сопоставьте объекты, указанные в таблице, с цифрами, которыми эти объекты обозначены на плане. Заполните таблицу, а в бланк ответов перенесите последовательность из пяти цифр.

Объекты	жилой дом	огород	коровник	баня	компостная яма
Цифры					

Ответ: _____ .

2. Тротуарная плитка продаётся в упаковках по 3 штуки. Сколько упаковок понадобилось купить владельцам домохозяйства для того, чтобы выложить все дорожки и площадку между коровником и курятником?

Ответ: _____ .

3. Найдите площадь, которую занимает баня. Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ: _____ .

4. Найдите расстояние от жилого дома до пруда (расстояние между двумя ближайшими точками объектов по прямой). Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____ .

5. Владельцы домохозяйства планируют обновить всю тротуарную плитку (и дорожки, и площадку между коровником и курятником). В таблице представлены условия трёх поставщиков плитки.

Поставщик	Стоимость плитки (в рублях за 1 кв. м)	Доставка (в рублях)	Работы по демонтажу старой плитки и по укладке новой (в рублях)
1	440	10 000	бесплатно
2	430	5000	3000
3	420	2000	6000

Во сколько рублей обойдётся владельцам самый выгодный вариант?

Ответ: _____ .

6. Какому из данных промежутков принадлежит число $\frac{5}{11}$?

1) $[0,3;0,4]$

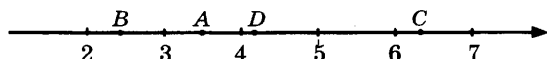
3) $[0,5;0,6]$

2) $[0,4;0,5]$

4) $[0,6;0,7]$

Ответ: _____ .

7. Одна из точек, отмеченных на координатной прямой, соответствует числу $2\sqrt{3}$. Какая это точка?



1) A

2) B

3) C

4) D

Ответ: _____ .

8. Найдите значение выражения $36 \cdot 6^{-3} \cdot 6$.

Ответ: _____.

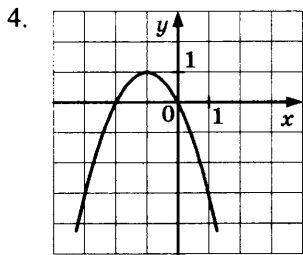
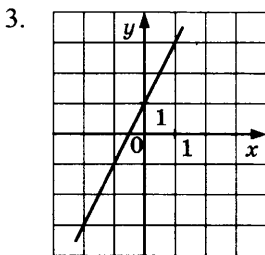
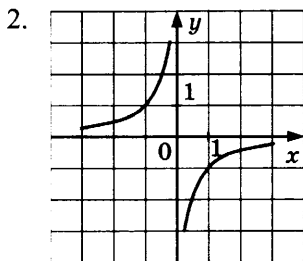
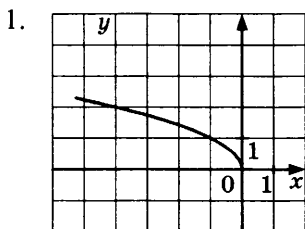
9. Найдите корни уравнения $x^2 + 3x = 4$. Если корней несколько, в ответе укажите больший корень.

Ответ: _____.

10. В партии из 1000 компьютеров оказалось 5 бракованных. Какова вероятность купить исправный компьютер?

Ответ: _____.

11. На одном из рисунков изображена гипербола. Укажите номер этого рисунка.



Ответ: _____.

12. Последовательность задана условиями: $b_1 = 3$;

$$b_{n+1} = \frac{1}{b_n} + 1.$$

Найдите b_3 .

Ответ: _____.

13. Найдите значение выражения $\frac{x^{11} \cdot x^{-4}}{x^8}$ при $x = 0,4$.

Ответ: _____ .

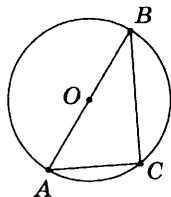
14. Чтобы найти плотность вещества, пользуются формулой $\rho = \frac{m}{V}$, где m — масса вещества, V — его объём. Найдите плотность вещества массой 4 кг, занимающего объём 1600 см^3 . Ответ дайте в $\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

Ответ: _____ .

15. Решите неравенство $3x - x^2 > 0$. В ответе укажите количество целых решений данного неравенства.

Ответ: _____ .

16. Найдите угол C , если точка O — центр окружности. Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____ .

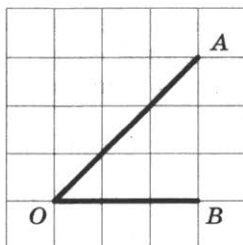
17. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AB = \sqrt{2} AC$, $BC = 6$. Найдите высоту CH . В ответе запишите, чему равно $\sqrt{2}CH$.

Ответ: _____ .

18. Найдите площадь кругового сектора, если радиус круга равен $\frac{7}{\sqrt{\pi}}$, а угол сектора 144° .

Ответ: _____ .

19. Найдите тангенс угла AOB .



Ответ: _____ .

20. Укажите номера **верных** утверждений.

- 1) Скалярное произведение векторов равно произведению их длин на косинус угла между ними.
- 2) Длина суммы двух векторов равна сумме их длин.
- 3) Сумма внутренних накрест лежащих углов при пересечении двух параллельных прямых секущей равна 180° .
- 4) Длина окружности равна ее удвоенному радиусу.
- 5) Площадь прямоугольника равна его периметру.

Номера запишите в порядке возрастания без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____ .

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

ЧАСТЬ 2

При выполнении заданий 21–26 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

21. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} x^2 + xy = 7 \\ (x + y)^3 = -8 \end{cases}$$
22. Двое рабочих могут выполнить всю работу за 1 час 12 минут. За сколько часов выполнит всю работу первый рабочий, если известно, что он работает в полтора раза медленнее второго?
23. Постройте график функции $y = |3x - 5| + |4x - 7|$ и определите, при каких значениях p прямая $y = p$ имеет с графиком ровно одну общую точку.
24. В ромбе $ABCD$ $AC = 12$; $BD = 5$. Найдите длину вектора $\overline{AD} - \overline{BD}$.
25. В треугольнике ABC проведены медианы AK и BM , пересекающиеся в точке O . Докажите, что площади треугольников $МОК$ и $АОВ$ относятся как 1 : 4.
26. Найдите расстояние от точки пересечения медиан прямоугольного треугольника до его гипотенузы, равной 25, если один из катетов равен 20.

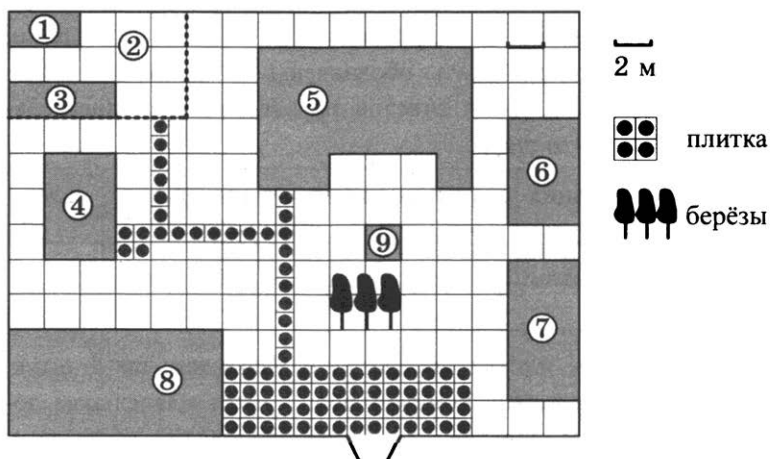
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

ВАРИАНТ 5

ЧАСТЬ 1

Ответами к заданиям 1–20 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.



На плане изображено домохозяйство, находящееся по адресу: с. Малые Всегодичи, д. 26. Сторона каждой клетки на плане равна 2 м. Участок имеет форму прямоугольника. Выезд и въезд осуществляются через единственные ворота.

При входе на участок справа от ворот находится коровник, а слева — курятник. Площадь, занятая курятником, равна 72 кв. м. Рядом с курятником расположен пруд площадью 24 кв. м.

Жилой дом расположен в глубине территории. Перед домом имеется фонтан, а между фонтаном и воротами — небольшая берёзовая рощица. Между жилым домом и коровником построена баня. За домом находится огород (его границы отмечены на плане пунктирной линией), на котором есть теплица, а также (в самом углу и огорода, и всего домохозяйства) — компостная яма.

Все дорожки внутри участка имеют ширину 1 м и вымощены тротуарной плиткой размером 1 м × 1 м. Между коровником и курятником имеется площадка площадью 56 кв. м, вымощенная такой же плиткой.

1. Сопоставьте объекты, указанные в таблице, с цифрами, которыми эти объекты обозначены на плане. Заполните таблицу, а в бланк ответов перенесите последовательность из пяти цифр.

Объекты	теплица	коровник	компостная яма	огород	пруд
Цифры					

Ответ: _____ .

2. Тротуарная плитка продаётся в упаковках по 5 штук. Сколько упаковок понадобилось купить владельцам домохозяйства для того, чтобы выложить все дорожки и площадку между коровником и курятником?

Ответ: _____ .

3. Найдите площадь, которую занимает компостная яма. Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ: _____ .

4. Найдите расстояние от жилого дома до огорода (расстояние между двумя ближайшими точками объектов по прямой). Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____ .

5. Владельцы домохозяйства планируют обновить всю тротуарную плитку (и дорожки, и площадку между коровником и курятником). В таблице представлены условия трёх поставщиков плитки.

Поставщик	Стоимость плитки (в рублях за 1 кв. м)	Доставка (в рублях)	Работы по демонтажу старой плитки и по укладке новой (в рублях)
1	430	5000	10 000
2	425	6000	бесплатно
3	500	бесплатно	5000

Во сколько рублей обойдётся владельцам самый выгодный вариант?

Ответ: _____ .

6. Укажите, какое из следующих числовых выражений имеет наибольшее значение:

1) $5\sqrt{2}$

3) 8

2) $\frac{1}{2} : 10^{-1}$

4) $(-3) : \left(-\frac{1}{2} - 0,1\right)$

Ответ: _____ .

7. О числах p и q известно, что $p < q$. Среди приведённых ниже неравенств выберите верные:

1) $p - q < 42$

2) $q - p < 0$

3) $q - p > -4$

1) 1 и 2

3) 1 и 3

2) 1, 2 и 3

4) 2 и 3

Ответ: _____ .

8. Найдите значение выражения $(3,1 \cdot 10^{-7}) \cdot (8 \cdot 10^6)$.

Ответ: _____ .

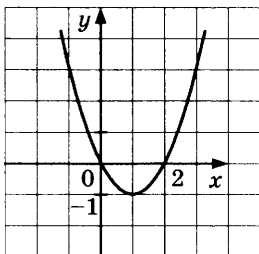
9. Найдите корни уравнения $\frac{x-1}{4} = \frac{1-x}{3}$.

Ответ: _____ .

10. Из слова «МАТЕМАТИКА» случайным образом выбирается одна буква. Найдите вероятность того, что эта буква окажется гласной.

Ответ: _____ .

11. График какой из приведённых ниже функций изображён на рисунке?



1) $y = x^2 - 2x$

3) $y = 2x - x^2$

2) $y = x^2 + 2x$

4) $y = x^2 + 2$

Ответ: _____ .

12. Последовательность задана формулой $c_n = n^3 + 2n$. Какое из указанных чисел является членом этой последовательности?

1) 1

3) 3

2) 2

4) 4

Ответ: _____ .

13. Упростите выражение $\frac{5x^2}{x-1} - 5x$ и найдите его значение при $x = \frac{1}{3}$. В ответ запишите найденное значение.

Ответ: _____ .

14. Найдите m из равенства $E = mgh$, если $g = 9,8$, $h = 4$, а $E = 50,96$.

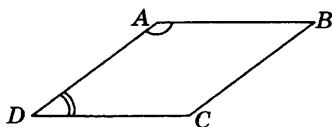
Ответ: _____ .

15. Решите неравенство $12x - 13 \geq 7 - 4x$. В ответе укажите номер правильного варианта.

- 1) $x \geq 1$ 2) $x \geq \frac{5}{4}$ 3) $x \leq \frac{5}{4}$ 4) $x \geq 0,8$

Ответ: _____ .

16. Угол A параллелограмма в 4 раза больше угла D . Найдите угол C . Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____ .

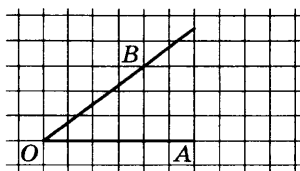
17. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AB = 15$, $\sin A = 0,6$. Найдите AC .

Ответ: _____ .

18. В прямоугольном треугольнике один из катетов равен $\sqrt[4]{3}$, а угол, лежащий напротив него, равен 30° . Найдите площадь треугольника.

Ответ: _____ .

19. Найдите синус угла AOB , изображённого на рисунке.



Ответ: _____ .

20. Укажите номера **верных** утверждений.

- 1) Сумма углов шестиугольника равна 360° .
- 2) Диагонали ромба равны.
- 3) Диагонали прямоугольника равны.
- 4) Площадь квадрата равна квадрату его стороны.
- 5) Все углы правильного пятиугольника равны 112° .

Номера запишите в порядке возрастания без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____ .

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

ЧАСТЬ 2

При выполнении заданий 21–26 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

21. Решите уравнение $x^3 - 4x^2 - 7x + 28 = 0$.

Ответ: _____ .

22. Длина изгороди вокруг садового участка на 5 м больше ширины изгороди. Найдите ширину изгороди, если площадь садового участка (имеющего прямоугольную форму) равна 204 м^2 .

23. Постройте график функции $y = 3 - |2x - 5|$ и определите, при каких значениях p прямая $y = p$ имеет с графиком ровно две общие точки.
24. Биссектриса тупого угла параллелограмма делит противоположную сторону в отношении 5:2, считая от вершины острого угла. Найдите бóльшую сторону параллелограмма, если его периметр равен 84.
25. Окружность, вписанная в равнобедренный треугольник ABC (с основанием AC), касается его боковых сторон в точках M и N . Точка M делит боковую сторону на отрезки 18 и 12, считая от основания треугольника ABC .
Докажите, что треугольники MBN и ABC подобны.
26. Окружность, вписанная в равнобедренный треугольник ABC (с основанием AC), касается его боковых сторон в точках M и N . Точка M делит боковую сторону на отрезки 18 и 12, считая от основания треугольника ABC .
Найдите отношение площадей треугольника MBN и трапеции $AMNC$.

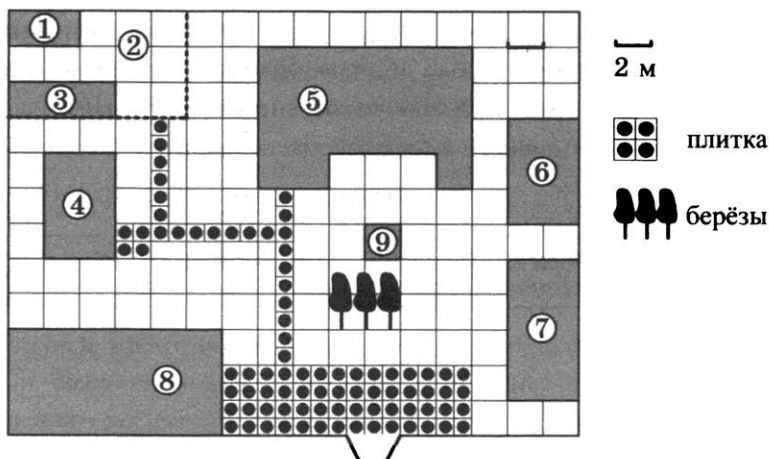
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

ВАРИАНТ 6

ЧАСТЬ 1

Ответами к заданиям 1–20 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.



На плане изображено домохозяйство, находящееся по адресу: с. Малые Всегодичи, д. 26. Сторона каждой клеточки на плане равна 2 м. Участок имеет форму прямоугольника. Выезд и въезд осуществляются через единственные ворота.

При входе на участок справа от ворот находится коровник, а слева — курятник. Площадь, занятая курятником, равна 72 кв. м. Рядом с курятником расположен пруд площадью 24 кв. м.

Жилой дом расположен в глубине территории. Перед домом имеется фонтан, а между фонтаном и воротами — небольшая берёзовая рощица. Между жилым домом и коровником построена баня. За домом находится огород (его границы отмечены на плане пунктирной линией), на котором есть теплица, а также (в самом углу и огорода, и всего домохозяйства) — компостная яма.

Все дорожки внутри участка имеют ширину 1 м и вымощены тротуарной плиткой размером 1 м × 1 м. Между коровником и курятником имеется площадка площадью 56 кв. м, вымощенная такой же плиткой.

1. Сопоставьте объекты, указанные в таблице, с цифрами, которыми эти объекты обозначены на плане. Заполните таблицу, а в бланк ответов перенесите последовательность из пяти цифр.

Объекты	коровник	компостная яма	баня	пруд	фонтан
Цифры					

Ответ: _____ .

2. Тротуарная плитка продаётся в упаковках по 8 штук. Сколько упаковок понадобилось купить владельцам домохозяйства для того, чтобы выложить все дорожки и площадку между коровником и курятником?

Ответ: _____ .

3. Найдите площадь, которую занимает огород (считая компостную яму и теплицу). Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ: _____ .

4. Найдите расстояние от бани до жилого дома (расстояние между двумя ближайшими точками объектов по прямой).
 Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____ .

5. Владельцы домохозяйства планируют обновить всю тротуарную плитку (и дорожки, и площадку между коровником и курятником). В таблице представлены условия трёх поставщиков плитки.

Поставщик	Стоимость плитки (в рублях за 1 кв. м)	Доставка (в рублях)	Работы по демонтажу старой плитки и по укладке новой (в рублях)
1	335	5200	7800
2	340	4500	6500
3	400	бесплатно	бесплатно

Во сколько рублей обойдётся владельцам самый выгодный вариант?

Ответ: _____ .

6. Запишите в ответе номера тех выражений, значение которых равно 0. Номера запишите в порядке возрастания без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

1) $(-2)^2 + 2^2$

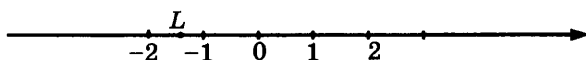
3) $(-1 + 1) \cdot (3 + 5)$

2) 0^3

4) $-1^5 + 1^8$

Ответ: _____ .

7. Какое из чисел отмечено на координатной прямой точкой L ?



1) $-\sqrt{2}$

2) $-\sqrt{3}$

3) $-\sqrt{5}$

4) $\sqrt{2}$

Ответ: _____ .

8. Найдите значение выражения $(\sqrt{2} + 1)^2 - 2\sqrt{2}$.

Ответ: _____ .

9. Найдите корни уравнения $x + \frac{x}{4} = 3$.

Ответ: _____ .

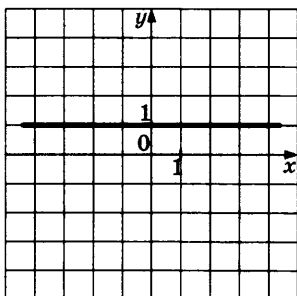
10. Найдите вероятность того, что при рассадке случайным образом за круглым столом группы, состоящей из 7 мальчиков и 2 девочек, девочки не будут сидеть рядом.

Ответ: _____ .

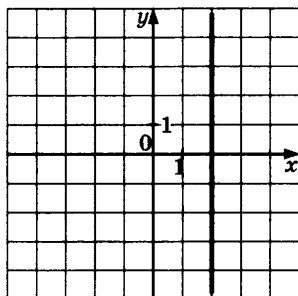
11. Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

ГРАФИКИ ФУНКЦИЙ

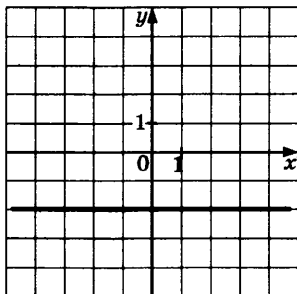
А)



Б)



В)



ФОРМУЛЫ

- 1) $x = 2$ 2) $x = -2$ 3) $y = 1$ 4) $y = -2$

Ответ:

А	Б	В

12. Геометрическая прогрессия задана своим первым членом $b_1 = 256$ и знаменателем $q = \frac{1}{2}$. Найдите девятый член этой прогрессии.

Ответ: _____ .

13. Найдите значение выражения $\sqrt{a^2 - 4a + 4} + \sqrt{a^2 - 10a + 25}$ при $a \in [3; 4]$.

Ответ: _____ .

14. Длину окружности l можно вычислить по формуле $l = \pi D$, где D — диаметр окружности (в метрах). Пользуясь этой формулой, найдите диаметр окружности, если её длина равна 126 м (считать $\pi = 3$).

Ответ: _____ .

15. Решите неравенство $3x - 7 < 11$.

- 1) $(-\infty; 6)$ 2) $(-6; +\infty)$ 3) $(-\infty; -6)$ 4) $(6; +\infty)$

В ответе укажите номер правильного варианта.

Ответ: _____ .

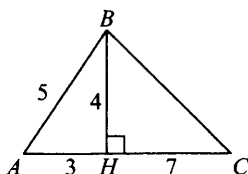
16. Один угол ромба в 2 раза меньше другого угла этого ромба. Найдите меньший угол ромба. Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____ .

17. Найдите среднюю линию трапеции, если известно, что её основания равны 111 и 112.

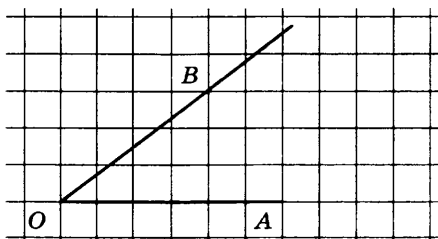
Ответ: _____ .

18. Найдите площадь треугольника, изображённого на рисунке.



Ответ: _____ .

19. Найдите косинус угла AOB , изображённого на рисунке.



Ответ: _____ .

20. Укажите номера **верных** утверждений.

- 1) Сумма углов треугольника равна 180° .
- 2) Вертикальные углы равны.
- 3) Смежные углы равны.
- 4) Площадь ромба равна произведению его диагоналей.
- 5) Площадь параллелограмма равна половине произведения его основания на высоту.

Номера запишите в порядке возрастания без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____ .

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

ЧАСТЬ 2

При выполнении заданий 21–26 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

21. Решите уравнение $2x^3 - 8x^2 + 9x - 36 = 0$.
22. Из города А в город В, расстояние между которыми 240 км, выехал автобус. Через 1 час 36 минут вслед за ним выехал легковой автомобиль, скорость которого на 40 км/ч больше, чем скорость автобуса. В город В они въехали одновременно. Найдите скорость легкового автомобиля.
23. Постройте график функции $y = \begin{cases} 1 - \sqrt{-x} & \text{при } x \leq -4 \\ -1 & \text{при } x > -4 \end{cases}$ и определите, при каких значениях p прямая $y = p$ имеет с графиком бесконечное множество общих точек.
24. Боковые стороны равнобедренного треугольника равны 30, а его основание равно 36. Найдите радиус окружности, описанной около данного треугольника.
25. Дан правильный шестиугольник $ABCDEF$. Докажите, что треугольники ABC и DEF равны.
26. Из точки A , лежащей на окружности, проведены хорды, равные 7 и 15. Найдите диаметр окружности, если расстояние между серединами хорд равно 10.

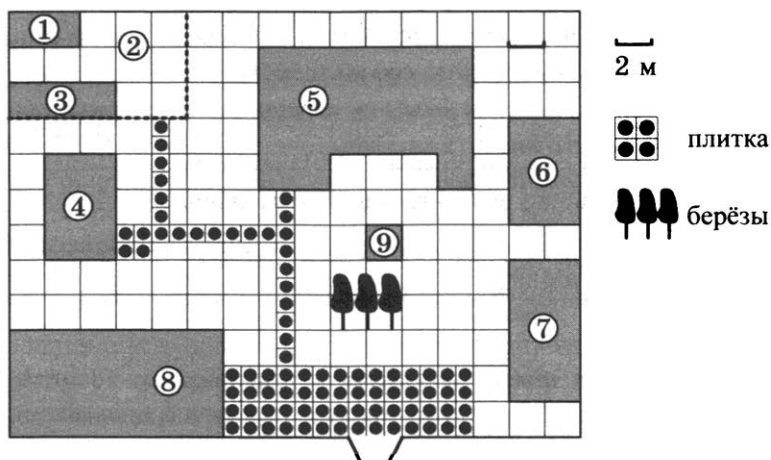
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

ВАРИАНТ 7

ЧАСТЬ 1

Ответами к заданиям 1–20 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.



На плане изображено домохозяйство, находящееся по адресу: с. Малые Всегодичи, д. 26. Сторона каждой клетки на плане равна 2 м. Участок имеет форму прямоугольника. Выезд и въезд осуществляются через единственные ворота.

При входе на участок справа от ворот находится коровник, а слева — курятник. Площадь, занятая курятником, равна 72 кв. м. Рядом с курятником расположен пруд площадью 24 кв. м.

Жилой дом расположен в глубине территории. Перед домом имеется фонтан, а между фонтаном и воротами — небольшая берёзовая рощица. Между жилым домом и коровником построена баня. За домом находится огород (его границы отмечены на плане пунктирной линией), на котором есть теплица, а также (в самом углу и огорода, и всего домохозяйства) — компостная яма.

Все дорожки внутри участка имеют ширину 1 м и вымощены тротуарной плиткой размером 1 м × 1 м. Между коровником и курятником имеется площадка площадью 56 кв. м, вымощенная такой же плиткой.

1. Сопоставьте объекты, указанные в таблице, с цифрами, которыми эти объекты обозначены на плане. Заполните таблицу, а в бланк ответов перенесите последовательность из пяти цифр.

Объекты	огород	жилой дом	коровник	теплица	курятник
Цифры					

Ответ: _____ .

2. Тротуарная плитка продаётся в упаковках по 10 штук. Сколько упаковок понадобилось купить владельцам домохозяйства для того, чтобы выложить все дорожки и площадку между коровником и курятником?

Ответ: _____ .

3. Найдите площадь, которую суммарно занимают теплица и компостная яма. Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ: _____ .

4. Найдите расстояние от бани до пруда (расстояние между двумя ближайшими точками объектов по прямой). Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____ .

5. Владельцы домохозяйства планируют обновить всю тротуарную плитку (и дорожки, и площадку между коровником и курятником). В таблице представлены условия трёх поставщиков плитки.

Поставщик	Стоимость плитки (в рублях за 1 кв. м)	Доставка (в рублях)	Работы по демонтажу старой плитки и по укладке новой (в рублях)
1	600	3500	10 000
2	610	3300	11 000
3	590	2700	9000

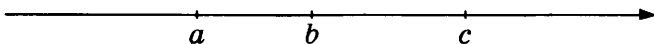
Во сколько рублей обойдётся владельцам самый выгодный вариант?

Ответ: _____ .

6. Найдите значение выражения $2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 14 \cdot \frac{1}{4}$.

Ответ: _____ .

7. На координатной прямой отмечены числа a , b и c .



Из следующих утверждений выберите верное.

1) $2a - 2b \geq 0$

3) $c - a \geq 0$

2) $3b > 3c$

4) $3c - 3b \leq 0$

Ответ: _____ .

8. Найдите значение выражения $2\sqrt{7} \cdot 3\sqrt{7}$.

Ответ: _____ .

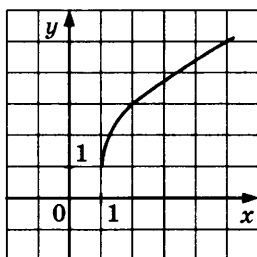
9. Найдите корни уравнения $1 - 3x^2 = 2 - 4x^2$. Если корней несколько, в ответе укажите больший корень.

Ответ: _____ .

10. В урне лежат 3 белых, 2 жёлтых и 5 красных шаров. Найдите вероятность того, что извлечённый наугад шар будет красного цвета.

Ответ: _____ .

11. График какой из приведённых ниже функций изображён на рисунке?



1) $y = \sqrt{4x - 4} + 1$

3) $y = \sqrt{4x} - 1$

2) $y = \sqrt{x + 1} + 1$

4) $y = 1 - \sqrt{4x - 4}$

Ответ: _____ .

12. Одна из данных последовательностей является геометрической прогрессией. Укажите эту последовательность.

1) 5; 7; 9; 11; ...

2) 1; 2; 4; 6; ...

3) $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{8}$; $\frac{1}{12}$; $\frac{1}{16}$; ...

4) 9; 3; 1; $\frac{1}{3}$; ...

Ответ: _____ .

13. Найдите значение выражения $\frac{a-b}{2} : \frac{a^2-b^2}{4}$ при $a = -1,2$ и $b = 2,2$. В ответ запишите полученное число.

Ответ: _____ .

14. Площадь треугольника можно вычислить по формуле $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, где a, b и c — стороны треугольника, а $p = \frac{a+b+c}{2}$ — полупериметр треугольника. Пользуясь этой формулой, найдите площадь треугольника, если $a = b = 50$, а $c = 60$.

Ответ: _____ .

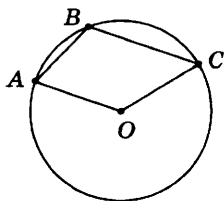
15. Укажите количество целых решений системы неравенств

$$\begin{cases} 2x - 9 \leq 0 \\ 4x + 5 > 2 \end{cases}$$

- 1) 6 2) 7 3) 0 4) 5

Ответ: _____ .

16. Найдите угол ABC , если точка O — центр окружности и $\angle AOC = 130^\circ$. Ответ дайте в градусах.



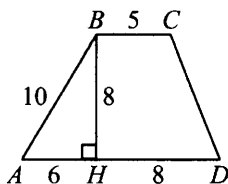
Ответ: _____ .

17. Радиус окружности, описанной около прямоугольного треугольника ABC с гипотенузой AB , равен 7, $\cos A = \frac{1}{7}$.

Найдите AC .

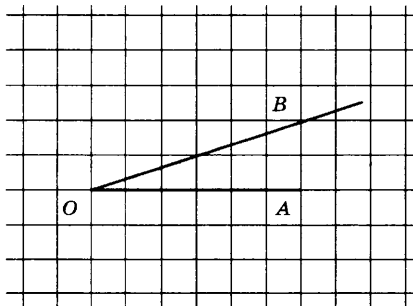
Ответ: _____ .

18. Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке.



Ответ: _____ .

19. Найдите котангенс угла AOB , изображённого на рисунке.



Ответ: _____ .

20. Укажите номера **верных** утверждений.

- 1) Через две точки можно провести несколько различных прямых.
- 2) Площади подобных фигур относятся как квадрат коэффициента подобия.
- 3) Диагональ трапеции равна квадратному корню из суммы квадратов её оснований.
- 4) Центр окружности, вписанной в треугольник, лежит на пересечении биссектрис треугольника.
- 5) Касательная к окружности образует с радиусом этой окружности развёрнутый угол.

Номера запишите в порядке возрастания без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____ .

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

ЧАСТЬ 2

При выполнении заданий 21–26 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

21. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} \frac{2x-1}{4} + 3 - 5x < 4 \\ \frac{x^2 - 7x}{1-x} \leq 0 \end{cases}$$
.
22. Сумма цифр двузначного числа равна 11, а сумма их квадратов равна 73. Найдите все такие числа.
23. Постройте график функции $y = \frac{x^2 - 2x}{x - 2}$ и определите, при каких значениях p прямая $y = p$ не имеет с этим графиком точек пересечения.
24. К окружности, вписанной в треугольник ABC , проведены три касательные, пересекающие три различные пары сторон треугольника. Периметры отсечённых треугольников равны 9, 12 и 15. Найдите периметр данного треугольника.
25. Дан правильный шестиугольник $ABCDEF$. Докажите, что угол ACD прямой.
26. Боковая сторона равнобедренной трапеции равна $\sqrt{13}$, а основания равны 3 и 4. Найдите диагональ трапеции.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

При входе на участок справа от ворот находится коровник, а слева — курятник. Площадь, занятая курятником, равна 72 кв. м. Рядом с курятником расположен пруд площадью 24 кв. м.

Жилой дом расположен в глубине территории. Перед домом имеется фонтан, а между фонтаном и воротами — небольшая берёзовая рощица. Между жилым домом и коровником построена баня. За домом находится огород (его границы отмечены на плане пунктирной линией), на котором есть теплица, а также (в самом углу и огорода, и всего домохозяйства) — компостная яма.

Все дорожки внутри участка имеют ширину 1 м и вымощены тротуарной плиткой размером 1 м × 1 м. Между коровником и курятником имеется площадка площадью 56 кв. м, вымощенная такой же плиткой.

1. Сопоставьте объекты, указанные в таблице, с цифрами, которыми эти объекты обозначены на плане. Заполните таблицу, а в бланк ответов перенесите последовательность из пяти цифр.

Объекты	баня	курятник	пруд	коровник	фонтан
Цифры					

Ответ: _____ .

2. Тротуарная плитка продаётся в упаковках по 12 штук. Сколько упаковок понадобилось купить владельцам домохозяйства для того, чтобы выложить все дорожки и площадку между коровником и курятником?

Ответ: _____ .

3. Найдите площадь, которую суммарно занимают баня и коровник. Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ: _____ .

4. Найдите расстояние от бани до фонтана (расстояние между двумя ближайшими точками объектов по прямой).
 Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____ .

5. Владельцы домохозяйства планируют обновить всю тротуарную плитку (и дорожки, и площадку между коровником и курятником). В таблице представлены условия трёх поставщиков плитки.

Поставщик	Стоимость плитки (в рублях за 1 кв. м)	Доставка (в рублях)	Работы по демонтажу старой плитки и по укладке новой (в рублях)
1	270	1000	10 000
2	275	2000	7000
3	285	3000	6000

Во сколько рублей обойдётся владельцам самый выгодный вариант?

Ответ: _____ .

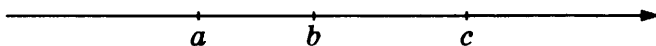
6. Расположите в порядке возрастания: $2\frac{1}{3}-4$, $\frac{5-7}{2}$, $4\sqrt{443}$.

1) $2\frac{1}{3}-4$, $\frac{5-7}{2}$, $4\sqrt{443}$ 3) $4\sqrt{443}$, $\frac{5-7}{2}$, $2\frac{1}{3}-4$

2) $\frac{5-7}{2}$, $2\frac{1}{3}-4$, $4\sqrt{443}$ 4) $\frac{5-7}{2}$, $4\sqrt{443}$, $2\frac{1}{3}-4$

Ответ: _____ .

7. На координатной прямой отмечены числа a , b и c .



Из следующих утверждений выберите верное.

1) $a - b > 0$

2) $3b > 3c$

3) $c - a \geq 0$

4) $b - c > 0$

Ответ: _____ .

8. Найдите значение выражения $(2,2 \cdot 10^{-1}) \cdot (3 \cdot 10^3)$.

Ответ: _____ .

9. Найдите корни уравнения $x^2 + 23x - 24 = 0$. Если корней несколько, в ответе укажите меньший корень.

Ответ: _____ .

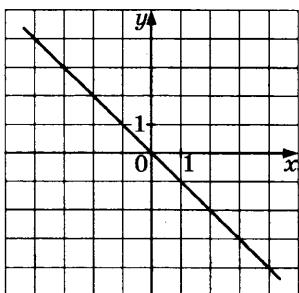
10. В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 4 очка. Результат округлите до сотых.

Ответ: _____ .

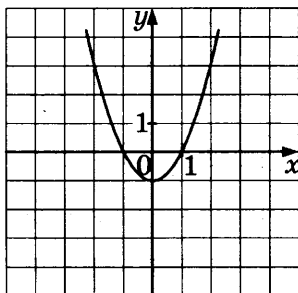
11. Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

ГРАФИКИ ФУНКЦИЙ

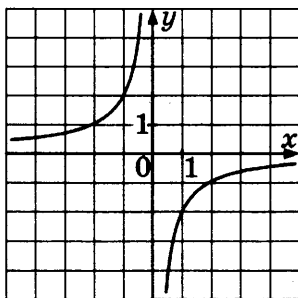
А)



Б)



В)



ФОРМУЛЫ

1) $y = (x - 1)^2$

3) $y = -\frac{2}{x}$

2) $y = -x$

4) $y = x^2 - 1$

Ответ:

А	Б	В

12. Арифметическая прогрессия задана несколькими первыми членами: 3; -2; -7; Найдите сумму первых десяти её членов.

Ответ: _____ .

13. Найдите значение выражения $\frac{a^2 - b^2}{2ab} : \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)$ при





$a = 1\frac{1}{3}$ и $b = 2\frac{2}{3}$. В ответ запишите полученное число.

Ответ: _____ .

14. Найдите a из равенства $F = ma$, если $F = 143$ и $m = 13$.

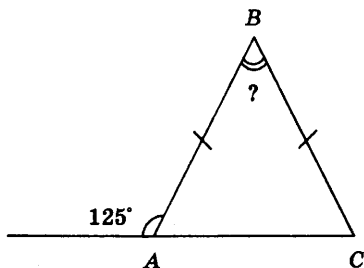
Ответ: _____ .

15. Решите систему неравенств $\begin{cases} 2x - 5 \geq 0 \\ x - 3 \leq 2 \end{cases}$. На каком рисунке изображено множество её решений?

- 1) 
- 2) 
- 3) 
- 4) 

Ответ: _____ .

16. В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC внешний угол при вершине A равен 125° . Найдите величину угла ABC . Ответ дайте в градусах.

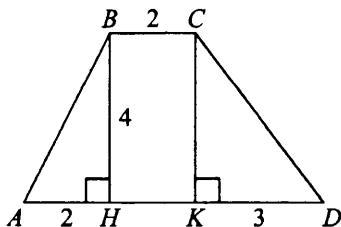


Ответ: _____ .

17. Диагонали ромба относятся как $2 : 5$. Периметр ромба равен 116 . Найдите высоту ромба.

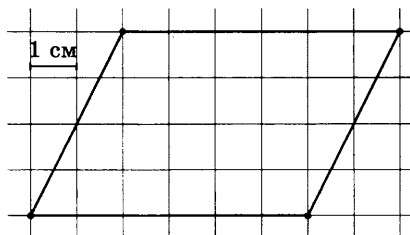
Ответ: _____ .

18. Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке.



Ответ: _____ .

19. На клетчатой бумаге с клетками размером $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ изображён параллелограмм (см. рис.). Найдите его площадь в квадратных сантиметрах.



Ответ: _____ .

20. Укажите номера **верных** утверждений.

- 1) Площади подобных треугольников равны.
- 2) Гипотенуза равна сумме квадратов катетов.
- 3) Если два угла одного треугольника равны двум углам другого треугольника, то эти треугольники подобны.
- 4) Диагонали ромба точкой пересечения делятся пополам.
- 5) Удвоенная площадь квадрата равна квадрату его диагонали.

Номера запишите в порядке возрастания без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____ .

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

ЧАСТЬ 2

При выполнении заданий 21–26 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

21. Сократите дробь $\frac{33^n}{3^{n-1} \cdot 11^{n+1}}$.
22. Найдите такое двузначное число, которое уменьшается ровно вдвое при уменьшении каждой из его цифр на 2.
23. Постройте график функции $y = \frac{x^2 - x}{x - 1}$ и определите, при каких значениях p прямая $y = p$ не имеет с этим графиком точек пересечения.
24. В правильном шестиугольнике $ABCDEF$ со стороной 1 найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC .
25. $ABCD$ — равнобедренная трапеция с основаниями AD и BC , диагонали которой пересекаются в точке O . Докажите, что треугольники AOD и BOC подобны.
26. Диагонали параллелограмма равны 2 и $6\sqrt{2}$, а угол между ними равен 45° . Найдите высоту, проведённую к большей стороне параллелограмма.

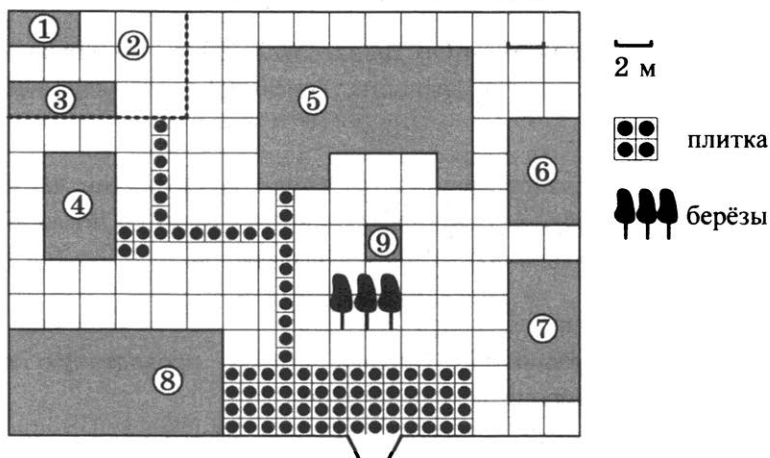
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

ВАРИАНТ 9

ЧАСТЬ 1

Ответами к заданиям 1–20 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.



На плане изображено домохозяйство, находящееся по адресу: с. Малые Всегодичи, д. 26. Сторона каждой клеточки на плане равна 2 м. Участок имеет форму прямоугольника. Выезд и въезд осуществляются через единственные ворота.

При входе на участок справа от ворот находится коровник, а слева — курятник. Площадь, занятая курятником, равна 72 кв. м. Рядом с курятником расположен пруд площадью 24 кв. м.

Жилой дом расположен в глубине территории. Перед домом имеется фонтан, а между фонтаном и воротами — небольшая берёзовая рощица. Между жилым домом и коровником построена баня. За домом находится огород (его границы отмечены на плане пунктирной линией), на котором есть теплица, а также (в самом углу и огорода, и всего домохозяйства) — компостная яма.

Все дорожки внутри участка имеют ширину 1 м и вымощены тротуарной плиткой размером 1 м × 1 м. Между коровником и курятником имеется площадка площадью 56 кв. м, вымощенная такой же плиткой.

1. Сопоставьте объекты, указанные в таблице, с цифрами, которыми эти объекты обозначены на плане. Заполните таблицу, а в бланк ответов перенесите последовательность из пяти цифр.

Объекты	жилой дом	компостная яма	фонтан	баня	теплица
Цифры					

Ответ: _____ .

2. Тротуарная плитка продаётся в коробках по 15 штук. Сколько коробок понадобилось купить владельцам домохозяйства для того, чтобы выложить все дорожки и площадку между коровником и курятником?

Ответ: _____ .

3. Найдите площадь, которую суммарно занимают жилой дом и баня. Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ: _____ .

4. Найдите расстояние от бани до теплицы (расстояние между двумя ближайшими точками объектов по прямой).
Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____ .

5. Владельцы домохозяйства планируют обновить всю тротуарную плитку (и дорожки, и площадку между коровником и курятником). В таблице представлены условия трёх поставщиков плитки.

Поставщик	Стоимость плитки (в рублях за 1 кв. м)	Доставка (в рублях)	Работы по демонтажу старой плитки и по укладке новой (в рублях)
1	500	3000	2500
2	500	4000	бесплатно
3	555	бесплатно	3500

Во сколько рублей обойдётся владельцам самый выгодный вариант?

Ответ: _____ .

6. Найдите значение выражения $\frac{0,4}{0,3 - 0,7}$.

Ответ: _____ .

7. О числах m и n известно, что $m \geq n$. Какое из следующих неравенств неверно?

1) $m + 1 > n$

3) $m > n - 4$

2) $3 - m \geq 3 - n$

4) $-m - 2 \leq -n - 2$

Ответ: _____ .

8. Найдите значение выражения $(\sqrt{5} - 1) \cdot (\sqrt{5} + 1)$.

Ответ: _____ .

9. Найдите корни уравнения $(x - 1)^2 = (x + 4)^2$. Если корней несколько, в ответе укажите больший корень.

Ответ: _____ .

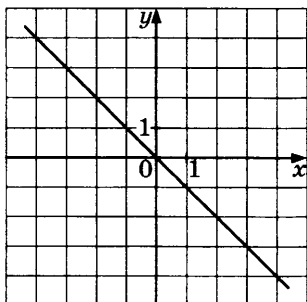
10. Вася, Боря, Коля и Лёша бросили жребий — кому начинать игру. Найдите вероятность того, что начинать игру должен будет Вася.

Ответ: _____ .

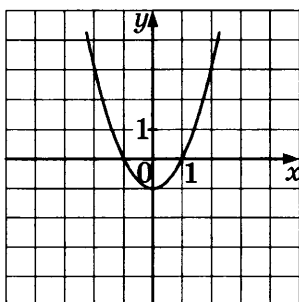
11. Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

ГРАФИКИ ФУНКЦИЙ

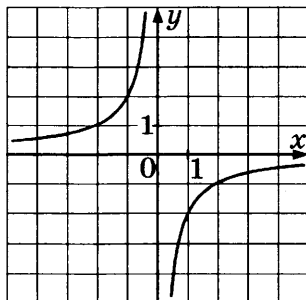
А)



Б)



В)



ФОРМУЛЫ

1) $y = -x^2 - 1$

3) $y = -\frac{2}{x}$

2) $y = -x$

4) $y = x^2 - 1$

Ответ:

А	Б	В

12. Арифметическая прогрессия задана несколькими первыми членами: 2; -1; -4; ... Найдите сумму первых десяти её членов.

Ответ: _____ .

13. Упростите выражение $u^2 - (u - 1)^2 - 2u$. В ответ запишите полученное число.

Ответ: _____ .

14. Известно, что $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$.

Найдите сумму $1 + 2 + 3 + \dots + 100$.

Ответ: _____ .

15. Решите неравенство $-4(1 - 3x) \leq 2 - 3x$. В ответе укажите номер правильного варианта.

1) $(-\infty; 0)$

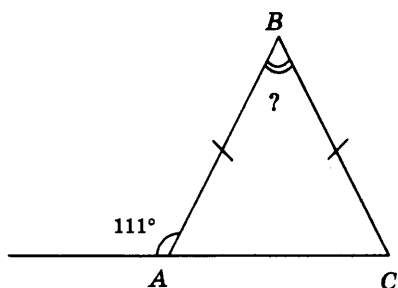
3) $x \leq 2,5$

2) $x \geq 0,4$

4) $x \leq 0,4$

Ответ: _____ .

16. В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC внешний угол при вершине A равен 111° . Найдите величину угла ABC . Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____ .

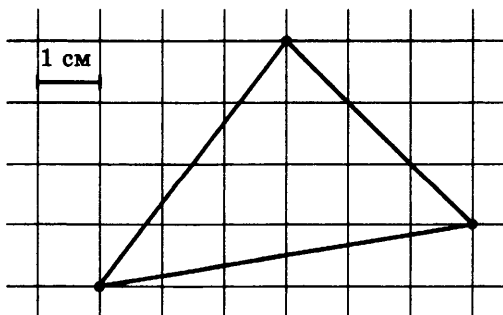
17. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $\operatorname{tg} A = 0,2014$. Найдите $\operatorname{ctg} B$.

Ответ: _____ .

18. Гипотенуза равнобедренного прямоугольного треугольника равна 44. Найдите площадь треугольника.

Ответ: _____ .

19. Найдите площадь треугольника, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ (см. рис.).
 Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ: _____ .

20. Укажите номера **верных** утверждений.

- 1) Площадь треугольника равна произведению его основания на высоту.
- 2) Гипотенуза равна сумме квадратов катетов.
- 3) Если два угла одного треугольника равны двум углам другого треугольника, то эти треугольники подобны.
- 4) Диагонали ромба точкой пересечения делятся пополам.
- 5) Площадь квадрата равна квадрату его диагонали.

Номера запишите в порядке возрастания без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____ .

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

ЧАСТЬ 2

При выполнении заданий 21–26 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

21. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} \frac{2x - y}{3} + 5y = 4 \\ 1 - \frac{x}{3} - \frac{y}{4} = 5 \end{cases} .$$

22. Ширина изгороди вокруг садового участка на 4 м меньше длины изгороди. Найдите длину изгороди, если площадь садового участка (имеющего прямоугольную форму) равна 285 м^2 .

23. Постройте график функции $y = |x - 1| + |x + 1|$ и определите, при каких значениях p прямая $y = p$ имеет с графиком бесконечное множество общих точек.
24. В треугольнике ABC стороны равны 5, 6 и 9. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника.
25. В ромбе $ABCD$ угол A — острый. Из точки B опущены высоты BK и BL на стороны AD и CD соответственно. Докажите, что треугольники ABK и BCL равны.
26. Остроугольный равнобедренный треугольник BCD с основанием CD , равным 16, вписан в окружность с центром O и радиусом 10. Найдите площадь треугольника BOC .

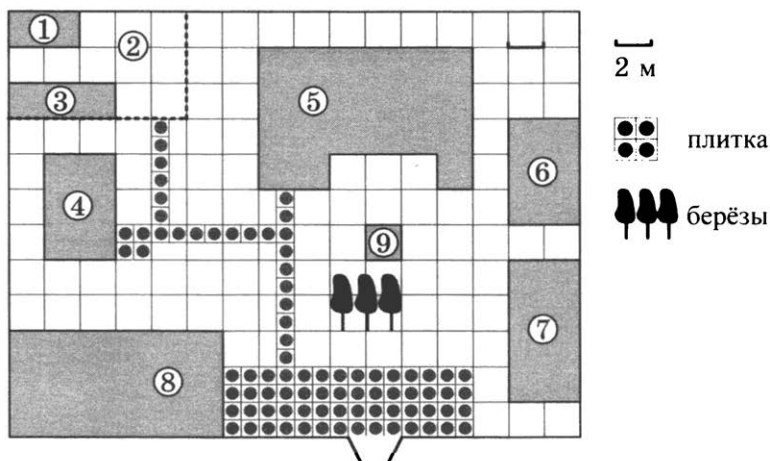
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

ВАРИАНТ 10

ЧАСТЬ 1

Ответами к заданиям 1–20 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.



На плане изображено домохозяйство, находящееся по адресу: с. Малые Всегодичи, д. 26. Сторона каждой клеточки на плане равна 2 м. Участок имеет форму прямоугольника. Выезд и въезд осуществляются через единственные ворота.

При входе на участок справа от ворот находится коровник, а слева — курятник. Площадь, занятая курятником, равна 72 кв. м. Рядом с курятником расположен пруд площадью 24 кв. м.

Жилой дом расположен в глубине территории. Перед домом имеется фонтан, а между фонтаном и воротами — небольшая берёзовая рощица. Между жилым домом и коровником построена баня. За домом находится огород (его границы отмечены на плане пунктирной линией), на котором есть теплица, а также (в самом углу и огорода, и всего домохозяйства) — компостная яма.

Все дорожки внутри участка имеют ширину 1 м и вымощены тротуарной плиткой размером 1 м × 1 м. Между коровником и курятником имеется площадка площадью 56 кв. м, вымощенная такой же плиткой.

1. Сопоставьте объекты, указанные в таблице, с цифрами, которыми эти объекты обозначены на плане. Заполните таблицу, а в бланк ответов перенесите последовательность из пяти цифр.

Объекты	курятник	теплица	коровник	огород	баня
Цифры					

Ответ: _____ .

2. Тротуарная плитка продаётся в коробках по 20 штук. Сколько упаковок понадобилось купить владельцам домохозяйства для того, чтобы выложить все дорожки и площадку между коровником и курятником?

Ответ: _____ .

3. Найдите площадь, которую суммарно занимают коровник и курятник. Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ: _____ .

4. Найдите расстояние от теплицы до компостной ямы (расстояние между двумя ближайшими точками объектов по прямой). Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____ .

5. Владельцы домохозяйства планируют обновить всю тротуарную плитку (и дорожки, и площадку между коровником и курятником). В таблице представлены условия трёх поставщиков плитки.

Поставщик	Стоимость плитки (в рублях за 1 кв. м)	Доставка (в рублях)	Работы по демонтажу старой плитки и по укладке новой (в рублях)
1	255	1200	8000
2	260	1300	6000
3	280	бесплатно	4000

Во сколько рублей обойдётся владельцам самый выгодный вариант?

Ответ: _____ .

6. Укажите, какое из следующих числовых выражений имеет наибольшее значение:

1) $5\sqrt{3}$

3) 8

2) $\frac{1}{2} : 10^{-1}$

4) $(-2) : \left(-1 - \frac{1}{7}\right)$

Ответ: _____ .

7. Какое из следующих неравенств не следует из неравенства $2x - 4y < 3z$?

1) $2x - 4y - 3z < 0$

3) $x - 2y < 1,5z$

2) $3z + 4y > 2x$

4) $\frac{2}{3}x > \frac{4}{3}y + 3z$

Ответ: _____ .

13. Найдите значение выражения $\sqrt{x^2 - 2x + 1}$ при $x = 2016$.
В ответ запишите полученное число.

Ответ: _____ .

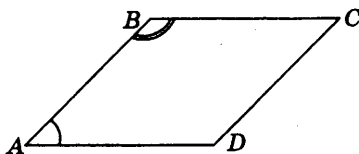
14. Площадь треугольника S (в м^2) можно вычислить по формуле $S = \frac{1}{2}ab \sin \alpha$, где a, b — стороны треугольника (в метрах), $\sin \alpha$ — синус угла между этими сторонами. Пользуясь этой формулой, найдите площадь треугольника, если его стороны 14 м и 16 м и $\sin \alpha = 0,5$.

Ответ: _____ .

15. Решите неравенство $2x^2 - x - 1 \leq 0$. В ответе укажите количество целых решений данного неравенства.

Ответ: _____ .

16. Угол A параллелограмма в 3 раза меньше угла B . Найдите угол D . Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____ .

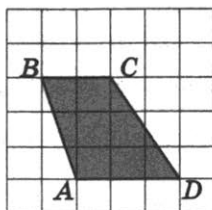
17. В прямоугольном треугольнике с гипотенузой 12 найдите длину медианы, проведённой из вершины прямого угла.

Ответ: _____ .

18. Площадь круга равна $\frac{121}{\pi}$. Найдите длину ограничивающей его окружности.

Ответ: _____ .

19. Найдите высоту трапеции $ABCD$, считая стороны квадратных клеток равными 1.



Ответ: _____ .

20. Укажите номера **верных** утверждений.

- 1) Сумма квадратов катетов равна удвоенному квадрату гипотенузы.
- 2) Если сторона и два прилежащих к ней угла одного треугольника равны стороне и двум прилежащим к ней углам другого треугольника, то такие треугольники равны.
- 3) У подобных треугольников площади равны.
- 4) Сумма углов пятиугольника равна 540° .
- 5) Две прямые всегда пересекаются.

Номера запишите в порядке возрастания без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____ .

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

ЧАСТЬ 2

При выполнении заданий 21–26 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

21. Сократите дробь $\frac{2^{2n+3} \cdot 3^{3n-1}}{4^n \cdot 27^{n+1}}$.
22. Первый и второй рабочий выполняют всю работу за 1 час 20 минут, второй и третий — за 2 часа 40 минут, первый и третий — за 1 час 36 минут. За сколько часов выполнит всю работу третий рабочий, работая один?
23. Постройте график функции $y = |3x - 5| + |4x - 7|$ и определите, при каких значениях p прямая $y = 0,5p$ имеет с графиком ровно одну общую точку.
24. В треугольнике ABC стороны равны 3, 7 и 8. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник.
25. В треугольнике ABC проведены биссектрисы BK и CL , пересекающиеся в точке O . Докажите, что треугольники KOL и BOC подобны, если известно, что отрезок KL параллелен стороне BC .
26. Площадь треугольника, не являющегося тупоугольным, равна 24, а две его стороны равны 10 и 8. Найдите третью сторону треугольника.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

ОТВЕТЫ

Номер задания	Вариант				
	1	2	3	4	5
1	24965	43528	16345	52761	37124
2	21	12	14	28	17
3	84	32	12	24	8
4	2	2	8	8	4
5	31240	26100	33360	42860	41275
6	312	1,65	2	2	3
7	2	1	4	1	3
8	2	9	169	1	2,48
9	4	0	1,5	1	1
10	0,2	0,25	0,6	0,995	0,5
11	3	2	142	2	1
12	3	-20	30	1,75	3
13	0	0	21	2,5	-2,5
14	4	10	0,7	2500	1,3
15	2	4	1	2	2
16	115	90	18	90	144
17	0,5	3,75	4	6	12
18	20	38,5	0,75	19,6	1,5
19	17	12	14	1	0,6
20	124	4	24	1	34
21	$x \in (-\infty; -1) \cup [3; +\infty)$	$(1; 2), (-1; -2), (2; 1), (-2; -1)$	$\frac{1}{972}$	$(-3,5; 1,5)$	$4; \pm\sqrt{7}$

Номер задания	Вариант				
	1	2	3	4	5
22	80	4	2	3	12
23	$p = -2$ или $p \geq 0$	$p < 17$	$p = 7$	$p = \frac{1}{4}$	$p < 3$
24	11	4	16	6,5	24,5
26	1,5	1,6	49	4	$\frac{4}{21}$

Номер задания	Вариант				
	6	7	8	9	10
1	71649	25738	68479	51963	83726
2	11	9	7	6	5
3	60	20	56	108	104
4	2	22	6	22	2
5	33200	60670	31825	45500	27240
6	234	-3	1	-1	1
7	1	3	3	2	4
8	3	42	660	4	2
9	2,4	1	-24	-1,5	3,4
10	0,75	0,5	0,08	0,25	0,75
11	314	1	243	243	3
12	1	4	-195	-115	3
13	3	2	-2	-1	2015

Номер задания	Вариант				
	6	7	8	9	10
14	42	1200	11	5050	56
15	1	4	3	4	2
16	60	115	70	42	135
17	111,5	2	20	0,2014	6
18	20	76	18	484	22
19	0,8	3	24	10,5	3
20	12	24	345	34	24
21	4	$x \in [0; 1) \cup [7; +\infty)$	$\frac{3}{11}$	$(-14,16; 2,88)$	$\frac{8}{81}$
22	100	38; 83	44	19	8
23	$p = -1$	$p = 2$	$p = 1$	$p = 2$	$p = \frac{1}{2}$
24	18,75	36	$\frac{2\sqrt{3}-3}{2}$	$\frac{27\sqrt{2}}{8}$	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$
26	25	5	1,2	40	6

РЕШЕНИЕ ВАРИАНТА 5

ЧАСТЬ 1

1. Из плана очевидно, что объекты соотносятся с цифрами следующим образом:

Объекты	теплица	коровник	компостная яма	огород	пруд
Цифры	3	7	1	2	4

Ответ: 37124.

2. Так как всего требуется 83 кв. м тротуарной плитки, а $83 : 5 = 16,6$, то нам потребуется 17 упаковок плитки.

Ответ: 17.

3. Компостная яма занимает 2 клетки, т. е. $2 \cdot 4 = 8$ кв. м.

Ответ: 8.

4. Это расстояние равно 2 клеткам, т. е. 4 м.

Ответ: 4.

5. Просчитаем стоимость у каждого из поставщиков.

Поставщик 1: $430 \cdot 83 + 5000 + 10\,000 = 50\,690$.

Поставщик 2: $425 \cdot 83 + 6000 = 41\,275$.

Поставщик 3: $500 \cdot 83 + 5000 = 46\,500$.

Самый выгодный вариант у поставщика 2.

Ответ: 41275.

6. $5\sqrt{2} < 8$, так как $(5\sqrt{2})^2 = 25 \cdot 2 = 50$, а $8^2 = 64$ и $50 < 64$.

$$\frac{1}{2} : 10^{-1} = \frac{1}{2} : \frac{1}{10} = \frac{1}{2} \cdot \frac{10}{1} = 5.$$

$$(-3) : \left(-\frac{1}{2} - 0,1\right) = (-3) : (-0,6) = 5.$$

Ответ: 3.

7. Так как $p < q$, то $p - q < 0$, а $q - p > 0$.

$p - q < 0 < 42$, т. е. неравенство $p - q < 42$ верно.

$q - p < 0$ — неверно.

$q - p > 0 > -4$, т. е. неравенство $q - p > -4$ верно.

Ответ: 3.

$$(3,1 \cdot 10^{-7}) \cdot (8 \cdot 10^6) = (3,1 \cdot 8) \cdot (10^{-7} \cdot 10^6) =$$

8.
$$= 24,8 \cdot 10^{-1} = \frac{24,8}{10} = 2,48.$$

Ответ: 2,48.

9.
$$\frac{x-1}{4} = \frac{1-x}{3}.$$

$$3(x-1) = 4(1-x)$$

$$3x - 3 = 4 - 4x$$

$$7x = 7$$

$$x = 1$$

Ответ: 1.

10. Всего букв: 10. Из них гласных: 5. $P = \frac{5}{10} = 0,5$.

Ответ: 0,5.

11. На графике изображена парабола с ветвями вверх, т. е. 3-й вариант ответа отпадает

$$y = x^2 - 2x$$

$$y = x^2 + 2x$$

$$y = x^2 + 2$$

$$x_b = -\frac{b}{2a} = -\frac{-2}{2} = 1$$

$$x_b = -1$$

$$x_b = 0$$

На рисунке $x_b = 1$, поэтому подходит 1-й ответ.

Ответ: 1.

12. $c_n = n^3 + 2n$; $c_1 = 1 + 2 = 3$; $c_2 = 8 + 4 = 12$.

Ответ: 3.

$$13. \frac{5x^2}{x-1} - 5x = \frac{5x^2 - 5x(x-1)}{x-1} = \frac{5x}{x-1}$$

$$\text{При } x = \frac{1}{3} \text{ имеем } \frac{\frac{5}{3}}{\frac{1}{3}-1} = \frac{5}{3} : \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{5}{3} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) = -\frac{5}{2} = -2,5.$$

Ответ: -2,5.

$$14. E = mgh \Rightarrow m = \frac{E}{gh}$$

При $g = 9,8$, $h = 4$, $E = 50,96$ имеем:

$$m = \frac{50,96}{9,8 \cdot 4} = \frac{50,96}{39,2} = \frac{5096}{3920} = \frac{637}{490} = \frac{91}{70} = \frac{13}{10} = 1,3.$$

Ответ: 1,3.

$$15. 12x - 13 \geq 7 - 4x$$

$$12x + 4x \geq 7 + 13$$

$$16x \geq 20$$

$$x \geq \frac{20}{16}$$

$$x \geq \frac{5}{4}$$

Ответ: 2.

$$16. \angle A + \angle D = 180^\circ$$

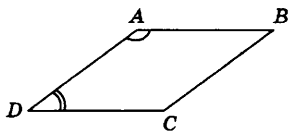
$$4\angle D + \angle D = 180^\circ$$

$$5\angle D = 180^\circ$$

$$\angle D = 36^\circ$$

$$\angle C = \angle A = 180^\circ - 36^\circ = 144^\circ$$

Ответ: 144.

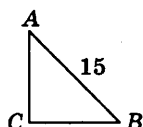


$$17. \sin A = 0,6 = \frac{BC}{15}$$

$$BC = 0,6 \cdot 15 = 9$$

$$AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{225 - 81} = \sqrt{144} = 12$$

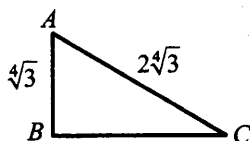
Ответ: 12.



18. Катет, лежащий напротив угла 30° , равен половине гипотенузы, то есть $AC = 2\sqrt[4]{3}$.

$$\text{По теореме Пифагора } BC = \sqrt{4\sqrt{3} - \sqrt{3}} = \sqrt{3\sqrt{3}} = \sqrt[4]{27}$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC = \frac{1}{2} \sqrt[4]{3} \cdot \sqrt[4]{27} = \frac{1}{2} \sqrt[4]{81} = \frac{3}{2} = 1,5$$

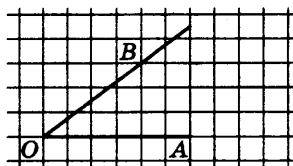


Ответ: $S_{\triangle ABC} = 1,5$.

$$19. OB = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

$$\sin \angle AOB = \frac{3}{5} = 0,6$$

Ответ: 0,6.



20. Сумма углов шестиугольника равна $180^\circ \cdot (6 - 2) = 720^\circ \neq 360^\circ$

В произвольном ромбе диагонали не равны.

В прямоугольнике диагонали действительно всегда равны.

$S = a^2$ для квадрата, т.е. четвертое утверждение также верно.

Сумма углов правильного пятиугольника равна

$$180^\circ \cdot (5 - 2) = 540^\circ; \text{ один угол равен } \frac{540^\circ}{5} = 108^\circ \neq 112^\circ$$

Ответ: 34.

ЧАСТЬ 2

21. $x^3 - 4x^2 - 7x + 28 = 0$
 $x^2(x - 4) - 7(x - 4) = 0$
 $(x - 4)(x^2 - 7) = 0$

$$x - 4 = 0$$

$$x = 4$$

$$x^2 - 7 = 0$$

$$x^2 = 7$$

$$x = \pm\sqrt{7}$$

Ответ: 4; $\pm\sqrt{7}$.

22. Пусть ширина изгороди x (м), тогда длина равна $x + 5$ (м)

$$S = x(x + 5) = 204$$

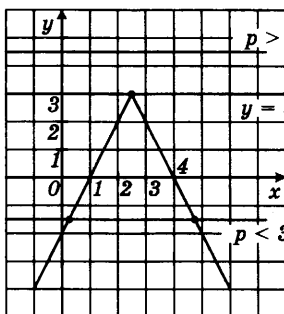
$$x^2 + 5x - 204 = 0$$

$$D = 25 + 4 \cdot 204 = 841 = 29^2$$

$$x_{1/2} = \frac{-5 \pm 29}{2} = \begin{cases} 12 \\ -17 \end{cases}$$

Ответ: 12.

23.



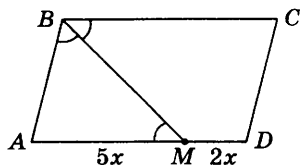
$p > 3$: нет общих точек

$$y = 3 - |2x - 5|$$

$p < 3$: две общие точки

При $p < 3$ прямая $y = p$ имеет с графиком равно две общие точки.

24. Пусть BM — биссектриса тупого угла B параллелограмма $ABCD$.



Тогда $\frac{AM}{MD} = \frac{5}{2} \Rightarrow AM = 5x$;

$MD = 2x$; $\angle AMB = \angle CBM$ (как внутренние накрест лежащие).

Поэтому $\triangle ABM$ — равнобедренный с основанием BM .
 $AB = AM = 5x$.

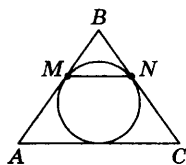
$P = (5x + 7x) \cdot 2 = 24x = 84 \Rightarrow x = 3,5$. $AD = 7x = 7 \cdot 3,5 = 24,5$.

Ответ: 24,5.

25. Пусть M — точка касания стороны AB , N — стороны BC .

Тогда по условию задачи $AM = 18$;
 $BM = 12$.

$BN = BM$ (как отрезки касательных, проведённых из одной точки).



Тогда $\triangle MBN \sim \triangle ABC$, так как $\frac{MB}{AB} = \frac{NB}{BC} = \frac{12}{30}$,

а $\angle A$ у этих треугольников общий, что и требовалось доказать.

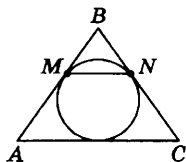
26. $\frac{S_{\triangle MBN}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{12}{30}\right)^2 = \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{4}{25} \Rightarrow$

$\Rightarrow S_{\triangle MBN} = \frac{4}{25} S_{\triangle ABC}$.

Тогда $S_{AMNC} = \left(1 - \frac{4}{25}\right) S_{\triangle ABC} = \frac{21}{25} S_{\triangle ABC}$.

Тогда $\frac{S_{\triangle MBN}}{S_{AMNC}} = \frac{4}{25} \cdot \frac{25}{21} = \frac{4}{21}$.

Ответ: $\frac{4}{21}$.



Справочное издание

**Лаппо Лев Дмитриевич
Попов Максим Александрович**

МАТЕМАТИКА

Основной государственный экзамен СБОРНИК ЗАДАНИЙ

Издательство «ЭКЗАМЕН»



Гигиенический сертификат
№ РОСС RU.НА34.Н08638 с 07.08.2018 г.

Главный редактор *Л. Д. Лаппо*
Редактор *И. М. Бокова*
Корректоры *И. В. Русанова, Е. В. Григорьева*
Дизайн обложки *М. С. Михайлова*
Компьютерная верстка *М. В. Горькова, О. Н. Савина*

Россия, 107045, Москва, Луков пер., д. 8.
www.examen.biz

E-mail: по общим вопросам: info@examen.biz;
по вопросам реализации: sale@examen.biz
тел./факс 8(495)641-00-30 (многоканальный)

Общероссийский классификатор продукции
ОК 034-2014; 58.11.1 — книги печатные

Отпечатано в соответствии с предоставленными материалами
в ООО «ИПК Парето-Принт», 170546, Тверская область, Промышленная
зона Боровлево-1, комплекс №3А, www.pareto-print.ru.

**По вопросам реализации обращаться по тел.:
8(495)641-00-30 (многоканальный).**